

# マルコフモデルを用いた 下水管路の劣化解析

竹石 和夫<sup>1</sup>・辻 諭<sup>1</sup>・藤木 修<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 日本水工設計株式会社東京支社アセットマネジメント推進室  
(〒104-0054 東京都中央区勝どき 3-12-1 フォアフロントタワー)  
E-mail : k-takeishi@n-suiko.co.jp

<sup>2</sup>個人会員 京都大学

下水管路の機能を持続的に確保するには、適切な点検調査を行うとともに得られたデータを最大限に活用した劣化過程の将来予測が重要となる。京都大学で開発されたマルコフモデルを国総研下水管路劣化データベースのデータに適用し、管径・土被りなど個々の管路の属性を考慮した劣化予測を行った。その結果この手法が、点検調査の頻度や補修更新時期の設定等、管路の特性に応じたきめ細かな管路管理のための、有効な支援ツールとなり得ることが示された。

**Key Words :** Markov hazard model, most likelihood method, sewer pipe deterioration

## 1. はじめに

我が国の下水管路の総延長は約 47 万km (H27 末) に達している。このうち布設後 50 年以上を経過した管路は約 1.3 万 km (約 3%) であるが、10 年後には約 5.3 万 km (約 11%)、20 年後には約 13 万 km (約 28%) と、今後急速な老朽化の進行が想定されている。下水管路に起因する道路陥没が年間約 3300 件発生しており、布設後 40 年を経過すると、陥没箇所数が急増する傾向があるとされる。

下水管路の機能を持続的に確保するためには、適切な点検調査とその結果に基づく補修更新が重要となる。的確な点検調査のタイミングやストックマネジメントの長期計画の立案のためには、貴重な調査データを最大限に活用した劣化過程の将来予測が欠かせない。予測手法としては、ワイブル分布の当てはめがよく知られているが、対象都市の調査結果だけではデータ数が足りないことが多く、国総研の予測手法をそのまま採用することが少なくない。それに対してマルコフモデルによる方法は、対象都市で実際に調査して得られたデータから、最尤法によってパラメータの同定が可能であるという利点を有する。ただし、ワイブル分布の方法でもマルコフモデルの方法でも、調査対象管路の選択には一般に偏りがあるため、そこから得られた予測手法が、その他の管路にもそのまま適用可能であるといえるわけではない。

本稿で採用したマルコフモデルは京都大学で開発さ

れたもので、すでに大阪市の下水管路に適用された事例が報告されている<sup>1)</sup>。管径、管路長、土被りといった管路の属性を加味した予測が可能であるため、調査対象管路選定の偏りの影響は比較的小さいと見込まれる。ここではマルコフモデルによる下水管路の解析事例について紹介するとともに、その特徴、活用方法について提案する。

## 2. 採用したマルコフモデルとその特徴<sup>2)</sup>

マルコフモデルを使った下水管路劣化予測は、次の式で表される。

$$(y_{1,k}y_{2,k}\cdots y_{j,k}) = (y_{1,0}y_{2,0}\cdots y_{j,0}) \times [\pi_{ij}]^k,$$

$$\sum_{i=1}^J y_{i,k} = 1$$

$y_{i,k}$  は、基準年から  $k$  年後の健全度が  $i$  ( $i=1,2,\dots,J$ ) である確率を表し、 $[\pi_{ij}]$  はマルコフ推移確率行列である。

マルコフ推移確率過程は、健全度  $i$  に係るハザード関数  $\theta_i(t)$  によっても表現できる。ハザード関数とは、ある管路が時点  $t$  まで健全度  $i$  にとどまっているという仮定のもとで、時間  $t < x < t + \Delta t$  の間に健全度  $i+1$  に推移する確率が  $\theta_i(t) \cdot \Delta t$  であるものとして定義される関数であ

る。ある時刻 $t_A$ と別の時刻 $t_B$ で健全度 $i+1$ に推移する確率が同じである場合、 $\theta_i(t)$ は定数 $\theta_i$ となり、これを指数ハザード関数という。指数ハザード関数を用いれば、健全度 $i$ の寿命、即ち健全度 $i$ であり続ける時間が $T$ 以上となる確率 $F_i(T)$ は、 $F_i(T) = \exp(-\theta_i T)$ と表される。指数ハザード関数によって、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。

さらに、下水管路 $k$ について次の関係が成り立つと仮定する。

$$\theta_i^k = \exp(\beta_{i,0} + \beta_{i,1}x_{i,1}^k + \beta_{i,2}x_{i,2}^k + \dots + \beta_{i,N}x_{i,N}^k)$$

ここに、 $x_{i,j}^k$ は下水管路 $k$ の属性 $j$ の変数で、管径、管路長、土被り等のパラメータの数値であり、 $\beta_{i,j}$ は当該変数に係る係数である。 $\beta_{i,j}$ が正の場合、 $x_{i,j}^k$ の増大に伴って劣化速度が大きくなる。

説明は文献 2) にゆずるが、このマルコフモデルでは、調査データから最尤法によって統計的に有意と認められる属性の変数を特定し、その係数 $\beta_{i,j}$ を推定することができる。さらに、ハザード関数 $\theta_i$ からマルコフ推移確率行列 $[\pi_{ij}]$ を計算することができる。

### 3. 使用したデータ

マルコフモデルの解析は、国総研管渠劣化データベース (DB) <sup>3)</sup>のうち、H市のコンクリート管のデータを用いて行った。用いたのは解析のためのテレビカメラ調査結果が得られる 3,622 の管路調査データである。解析に当っては初期健全度を 1 とし、下水道維持管理指針の手法により調査時健全度を判定した。なお、本報告では管の劣化の程度を健全度 1 (劣化なし) →健全度 4 (緊急度 I) と表現している。

### 4. 解析の結果

#### (1) 健全度の推移

H市のコンクリート管を対象に、管路長、関係、土被りを説明変数として、最尤法によるパラメータ推定を行ったところ、管径、土被りと健全度との関係について、有意性を示す 1.96 以上の t 値の絶対値が得られた。1.96 は、採用しようとする説明変数が有意でないという帰無仮説が、有意水準 95% で棄却される臨界値である。

それぞれの説明変数に係る係数 $\beta$ は、次の通りである。

管径の係数： $\beta_{1,1} = -2.27$ ,  $\beta_{2,1} = -1.45$

土被りの係数： $\beta_{1,2} = -1.18$

定数項： $\beta_{1,0} = -2.20$ ,  $\beta_{2,0} = -3.22$ ,  $\beta_{3,0} = -5.14$

説明変数に係る $\beta$ 値が負であることから、当該健全度では管径、土被りが小さいほど劣化の進行が早いことが分かる。この $\beta$ 値を用いて、個々の管路の健全度推移を示す確率行列が求められる。 $\theta_i$ の逆数は健全度 $i$ における期待寿命を表しており、健全度 1 の期待寿命は 12 年、健全度 2 は 28 年となる。ハザード率から推移確率行列が求められ、劣化予測が可能となる。

図-1 は H 市のデータについて、実測値とマルコフモデルによる計算結果を設置後の経過年数 5 年毎のデータ数と比較したものである。マルコフモデルによる計算値は実測値とよく合っており、特にデータ数の多い場合には適合度が高いことが分る。

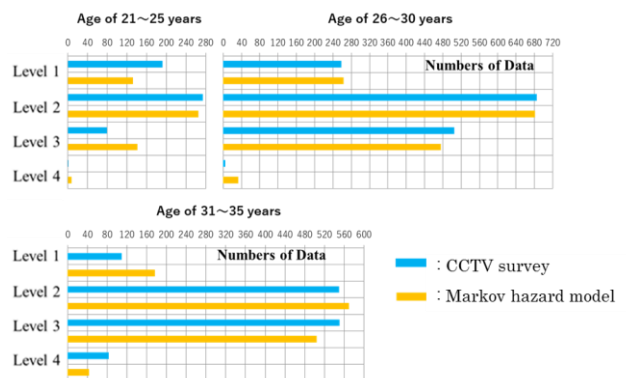


図-1 実測とマルコフモデルによるデータ数の比較

図-2 は管径と土被りの劣化の進行に対する影響を示したもので、健全度 4 に到達するまでの経過年数を各々の条件で比較している。管径と土被りでは、管径の劣化に対する影響が大きいことが分る。

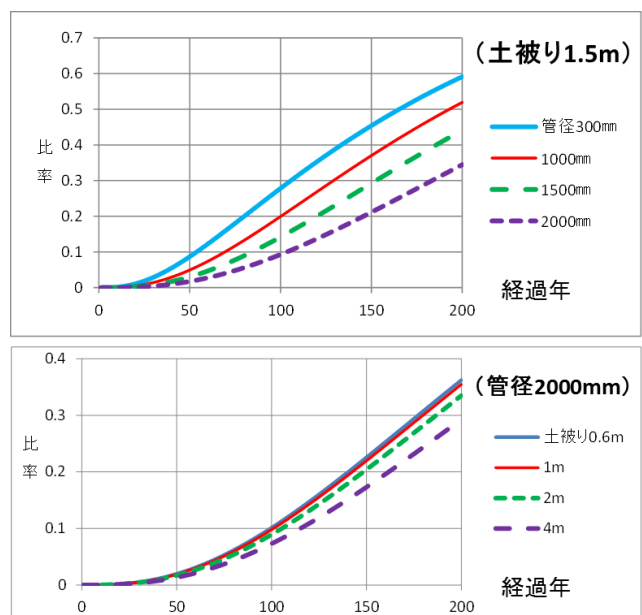


図-2 健全度 4 に到達する管路の割合

(2) 調査頻度

表-1 に、管径 200mm、土被り 0.9m の下水管路の健全度の予測を示す。

国総研は、信頼性重視保全 (RCM) の考え方に基づき、劣化曲線上で、劣化の進展に最初に気づく P 点 (Potential Failure) と対象管路の機能喪失が発生する F 点 (Functional Failure) の間の時間間隔 (P-F 間隔) の半分の時間を最適な調査間隔とする方法を提案している<sup>4)</sup>。これは、RCM の国際規格でも典型的な方法として示されている<sup>5)</sup>。図-3 に示すように、P 点を緊急度がⅣからⅢ (健全度 1 から 2) となる点、F 点を緊急度がⅡからⅠ (健全度が 3 から 4) となる点とし、危険度を最重要管路については 1%、重要管路については 5% と設定する。

表-1 で示した管路の劣化曲線に当てはめ、健全度 2 となる管路の割合が 1%、5% となる点を、それぞれ最重要管路、重要管路の P 点とする。同様の方法で F 点も決まる。管路の調査頻度については、P-F 間隔の半分程度の期間が推奨されており、表-1 の結果から、この管路が最重要管路であれば 9 年 (= (18 - 1) / 2)、重要管路であれば 18 年 (= (36 - 1) / 2) が最適な調査間隔であるといえる。

表-1 管径 200mm、土被り 0.9m の管の健全度推移

経過年	健全度1	2	3	4	健全度の推移
1	<b>0.9209</b>	0.0777	0.0014	3.00E-06	1年で健全度1が92%に
8	<b>0.5173</b>	0.4134	0.0682	0.0012	1が50%まで減
18	0.2269	0.5275	0.2357	<b>0.0099</b>	健全度4が1%に増
28	<b>0.0995</b>	0.4735	0.3983	0.0286	1が10%まで減
36	0.0515	0.397	0.5017	<b>0.0498</b>	1が5%に減、4が5%に増
50	0.0162	0.2672	0.6203	0.0963	4が10%に
55	<b>0.0108</b>	0.2285	0.6459	0.1149	1が1%に
77	0.0018	0.1097	0.6868	<b>0.2018</b>	4が20%に

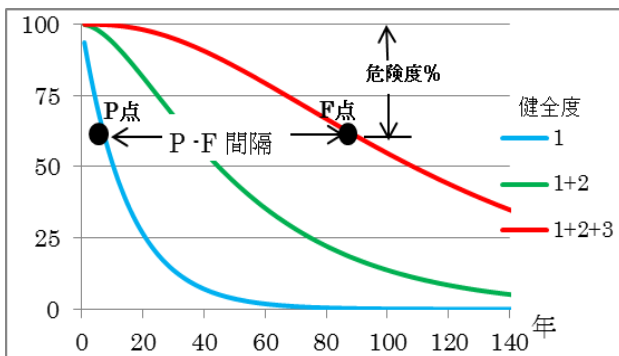


図-3 危険度と P 点・F 点の関係

(3) H 市で調査されたコンクリート管路全体の健全度の推移

H 市で調査されたコンクリート管路 (3,622 管路) を対象に健全度 4 への劣化の進行を予測した。方法としては、個々の管路毎に調査年とその時点での健全度に基づき、当該管路が健全度 4 に確率 1~50% で到達する年を求め、年毎に管路数を合計して全体の推移を求めた。結果を図-4 に示す。管が布設されたのは 1970 年代が大部分であるが、ピークで見ると健全度 4 に 1% の確率で到達するのは 2015 年頃、5% は 2030 年頃、10% は 2045 年頃、20% には 2070 年頃、50% には 2150 年頃となる。劣化が進むとともに個々の管路の特性の影響により時間的バラツキが大きくなり、将来の更新費用が平準化される程度についても推定される。

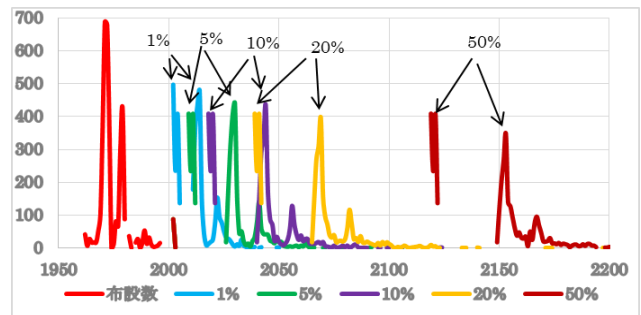


図-4 確率をパラメータとした健全度 4 への到達時間分布

(4) 更新事業費とその推移の推定

以上のように、将来の劣化推移が求められたことから、健全度 4 に到達した管路延長をその年に改築すると仮定し、将来の更新事業費を推定した。更新事業費は健全度 4 に到達する延長に、その管径毎の該当する管更生工法の m 当り単価を乗じて求めた。推計結果を図-5 に示す。

健全度 4 に到達する延長は年間 200~400m 程度であり、2070 年頃が更新事業のピークになることが分る。更新事業費としては年間 2000~4000 万円が必要となると推定される。図-2 でも示されたように、管径が大きい方が劣化の進行は遅いことから、後年度になるほど更新管の平均管径は増大し、それとともに m 当り平均更新単価も増大することになる。

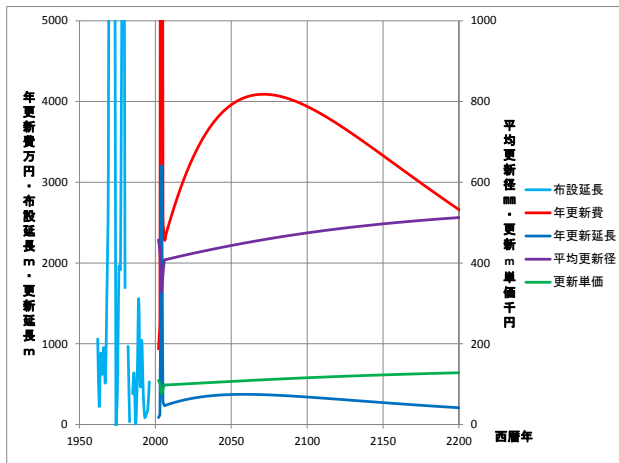


図-5 健全度4の管を毎年更新するとした時の更新延長と事業費

## 5. 結論

国総研の下水管路データベースのデータに京都大学で開発されたマルコフモデルを適用し、最尤法による劣化予測モデルのパラメータ推定と、それに基づく劣化予測解析を行った。今回の解析は、テレビカメラ調査が行われた管路のみを対象としたが、管路の属性データがあれば、調査データのない管路についてもきめ細かな劣化予測解析が可能である。即ち、下水管路台帳のデータと個々の管路の重要度に応じて、最適な調査頻度を定め、

将来の更新需要を推定することが可能となる。また、テレビカメラ等の追加調査の結果は、随時パラメータの精度向上に利用される。以上のことから、この予測モデルは、下水管路管理の合理的な意思決定において、有効な支援ツールになり得ると考えられる。

**謝辞：**国総研のデータの活用に当って、国総研下水道部深谷渉主任研究官の助言をいただきました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献：

- 1) 貝戸清之, 鎌田敏郎, 大谷明, 山中明彦：下水道コンクリート管渠のストックマネジメント, 下水道協会誌 Vol.47 No.577 2010/11
- 2) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推計, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.69-82, 2005.
- 3) <http://www.nilim.go.jp/lab/ebg/tekka-db.html>
- 4) 松宮他：下水道管きよにおけるストックマネジメント導入に関する検討調査、国総研資料 605号：平成21年度下水道関係調査研究年次報告書集、2010.8
- 5) IEC 60300-3-11: Dependability management – Part 3-11: Application guide – Reliability centred maintenance

## Markov hazard modelling for sewer deterioration incorporating the impacts of asset attributes

**Kazuo TAKEISHI, Satoshi TSUJI and Osamu FUJIKI**

A Markov hazard model which can incorporate the significant impacts of asset attributes, such as diameter or overburden was applied to the CCTV survey data from the database of National Institute of Land and Infrastructure Management. Parameters are identified and estimated by most likelihood method. It turned out that sewer pipe deterioration rate tends to rise with decreasing diameter and overburden. The effectiveness of the modelling was demonstrated by the comparison between soundness level distribution in terms of numbers of data obtained by CCTV survey and that estimated by the Markov hazard model.