

リスクに基づく ポートフォリオ・マネジメントの簡便法 ー太陽光発電事業を例としてー

藤木 修¹・森本 晃弘²

¹個人正会員 京都大学ア 経営管理大学院 (〒606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)

E-mail: o-fujiki@ja-am.or.jp

²法人正会員 株式会社 CO2O 事業本部 (〒108-0023 東京都港区芝浦 3-13-1 矢島ビル 6F)

E-mail: akihiro.morimoto@co2o.com

アセットにおけるリスク事象の発生がポアソン過程とみなされる場合の将来損失の現在価値の総和の確率分布を計算する手法を提案した。このような確率分布は、一定の条件についてすでに厳密解が求められている。平均と分散を厳密解と一致させたガンマ分布を厳密解と比較し、ガンマ分布による近似が十分な実用性を有することを確認した。そこで、アセットのリスクプロファイルを利用して、アセットポートフォリオの将来損失の確率分布をガンマ分布で近似する。ポートフォリオのリスク評価指標として、信頼水準 90%の期待最大損失 VaR の当初資産価値に対する比率を用いることができる。3つの仮定の太陽光発電所を対象として、アセットポートフォリオ・マネジメントに上記の方法を適用するためのケーススタディを行った。

キーワード: アセットポートフォリオ, リスクプロファイル, 確率密度, ガンマ分布, 期待最大損失

1. はじめに

様々な特性を有する複数のアセットのマネジメントでは、アセットポートフォリオとしての総括的なリスク、コスト、パフォーマンスのバランスを検討する必要がある。太陽光発電所のような施設では、リスクは災害や故障に伴う逸失利益及び補修費（これを「損失額」という。）、コストは施設の資本費と保全管理費、パフォーマンスは事業収益と捉えると分かり易い。この場合の最適化は、ポートフォリオの総括的な純益と損失額との最適バランスの問題に帰着する。純益と比較して損失額は不確かさが大きく、特に災害のような発生頻度は小さいが起きると甚大な規模に達する損失額の取り扱いが重要である。本稿では、リスク事象の発生がポアソン過程とみなされる場合の将来損失の現在価値の総和を計算することによって、ポートフォリオの最適化を図る手法について論じる。

2. モデルの概要

(1) 1種類のリスク事象の場合

ここで使用する基本モデルは、著者の1人が2017年の

第1回研究発表会で発表したものと同一のものである¹⁾。ここでは、リスク事象が定常ポアソン過程にしたがってランダムに発生するとみなされ、しかも1回のリスク事象によって発生する損失額が一定である場合を扱った。対象とするリスク事象は、一定の平均頻度 λ でランダムに発生すると仮定する。この場合、期間 T の間に発生する災害の回数 n は、平均 λT のポアソン分布にしたがう。1回のリスク事象ごとに、一定の損害額 I_0 が発生するものとする。将来価値の社会的割引率を α とすると、損失額の現在価値の総和 I は、図-1のように表される。

$$\begin{aligned} \text{損失額の現在価値の総和} \quad I &= I_0 \left[\left(\frac{1}{1+\alpha} \right)^{t_1} + \left(\frac{1}{1+\alpha} \right)^{t_2} + \left(\frac{1}{1+\alpha} \right)^{t_3} + \dots \right] \\ &= I_0 (e^{-rt_1} + e^{-rt_2} + e^{-rt_3} + \dots) \end{aligned} \quad (1)$$

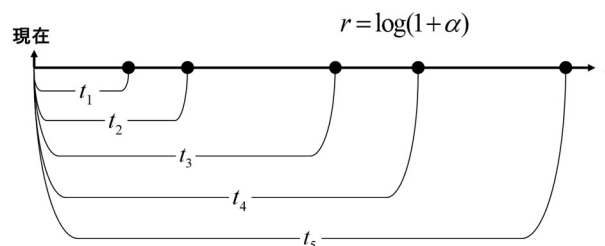


図-1 損失額の現在価値の総和

損失額の値を相対的に表すため、次のように定義される変数 x を導入する。

$$x = \frac{I}{I_0} \quad (2)$$

x は、アセットの保有期間 $[0, \infty)$ に発生する当該リスク事象に係る相対的な損失額の現在価値の総額といえる。この場合、変数 x の確率分布の厳密解は、次のように解析的に導出される¹²⁾。

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp\left[\frac{\lambda}{r}\{Ci(u) - \gamma\}\right]}{u^{\frac{\lambda}{r}}} \cos\left\{\frac{\lambda}{r}Si(u) - xu\right\} du \quad (3)$$

ここに

γ : Euler の定数, $\gamma = 0.57721566490 \dots$

積分正弦関数: $Si(u) = \int_0^u \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$

積分余弦関数: $Ci(u) = -\int_u^\infty \frac{\cos \tau}{\tau} d\tau$

式(3)から、 x の確率分布は λ/r のみによって決まることがわかる。式(3)を数値的に積分すると、図-2のような確率密度曲線が得られる。

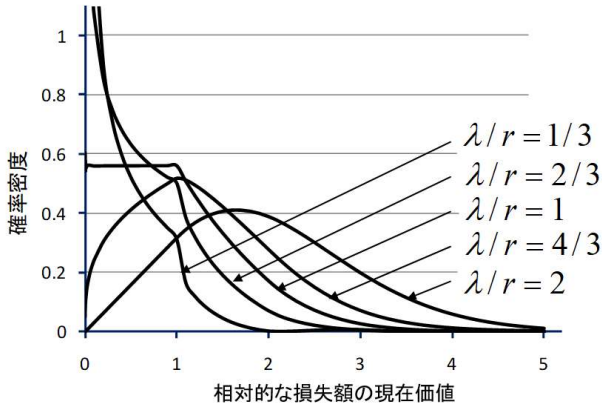


図-2 相対的な損失額の現在価値の総額 x の確率密度曲線

式(1)で定義される損失額 I の平均値 μ と分散 σ^2 は、次のように導出される。

$$\mu = \frac{\lambda}{r} I_0 \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \frac{\lambda}{2r} I_0^2 \quad (5)$$

(2) 複数種類のリスク事象の場合

対象とする N 種類のリスク事象 $F_k (k=1 \sim N)$ に係る損失額の現在価値の総和を $\bar{x}$ 、平均発生頻度を λ_k とお

く。ポートフォリオのリスクを論じる場合、 N 種類のリスク事象は、リスクのタイプと個々のアセットの両方によって種類分けされる。いま求めたいのは、次の式(6)で表される損失額の現在価値の総和 $\bar{x}$ の確率分布である。

$$\bar{x} = I_1 + I_2 + \dots + I_N \quad (6)$$

式(3)と同様の方法によって、 $\bar{x}$ の確率密度関数 $f(\bar{x})$ は次のとおり解析的に導出される¹²⁾。

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp\left[\frac{1}{r} \sum_{k=1}^N \lambda_k \{Ci(I_k u) - \gamma\}\right]}{\prod_{k=1}^N (I_k u)^{\frac{\lambda_k}{r}}} \cos\left\{\frac{1}{r} \sum_{k=1}^N \lambda_k Si(I_k u) - \bar{x} u\right\} du \quad (7)$$

また、平均値 μ と分散 σ^2 は、次のように表される。

$$\mu = \sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k \quad (8)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k^2 \quad (9)$$

3. ガンマ分布による近似

式(3)又は式(7)を数値的に積分すれば、それぞれ x 、 $\bar{x}$ の確率密度曲線が得られる。しかし、数値積分は面倒で手間がかかるため、この分布をガンマ分布で近似することを検討する。ガンマ分布の確率密度関数は次の式(10)のように表される。

$$f(x) = \frac{\theta^\beta}{\Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-\theta x} \quad (0 < x < \infty) \quad (10)$$

平均、分散は次のとおりである。

$$\mu = \frac{\beta}{\theta} \quad (11)$$

$$\sigma^2 = \frac{\beta}{\theta^2} \quad (12)$$

式(8)、式(9)をそれぞれ式(11)、式(12)と比較すると、次の関係式が得られる。

$$\theta = \frac{\mu}{\sigma^2} = \frac{2 \sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k}{\sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k^2} \quad (13)$$

$$\beta = \mu\theta = \frac{2\left(\sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k\right)^2}{\sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k}{r} I_k^2} \quad (14)$$

式(13)、式(14)の関係を式(2)で定義される x に適用すると、次の関係が得られる。

$$\theta = 2 \quad (15)$$

$$\alpha = 2 \frac{\lambda}{r} \quad (16)$$

これを式(10)に代入して、図-2 で示した幾つかの厳密解の確率密度曲線をガンマ分布の確率密度曲線で近似する。両者を比較したのが、図-3 である。

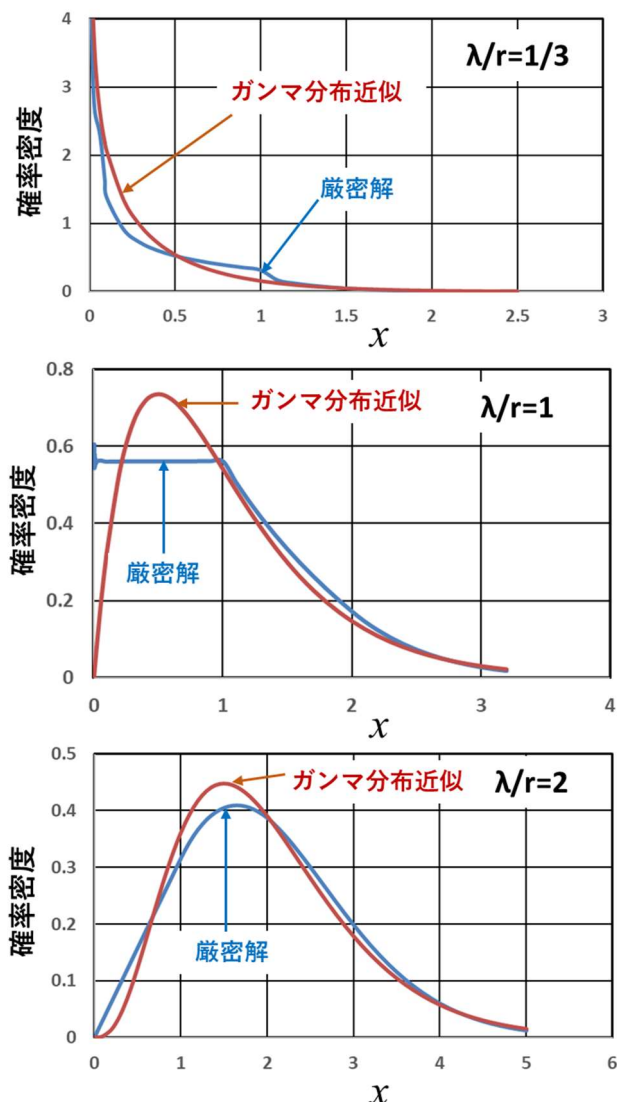


図-3 確率密度曲線の厳密解とガンマ分布近似との比較

厳密解の確率密度曲線は、パラメータ $\lambda/r=1$ 近傍で特異な形状をしており、これをガンマ分布で忠実に近似す

ることは難しいが、特に高リスクのテールの部分については実用的に十分な精度と考えられる。

4. 太陽光発電所への適用

(1) 損失が収益構造に及ぼす影響

鉄道施設の維持管理・更新では、鉄道施設の資産評価値 P として、次式(17)の方法が示されている³⁾。

$$P = \int_0^{T(x)} B \times e^{-\rho t} dt - \int_0^{T(x)} \left(\sum_{i=k-s}^{\text{全k-s}} p_i q_i \right) \times e^{-\rho t} dt \quad (17)$$

ここで、

B : 駅間便益 (円/年)

ρ : 社会的割引率

$T(x)$: 残余耐用年数；点検判定に応じた残りの耐用年数。

ここでは「今後無補修で通常運行に支障をきたさないと予想される年数」と定義し、「通常運行下で使用限界に達するまでの残り年数」で表すものとする。

p : 異常ケース下における損失発生確率

q : 異常ケース下における損失が発生した場合の（平均的）損失額

本稿で用いてきたパラメータ λ , I , r は、それぞれ式(17)の p , q , ρ にほかならない。

第1項は将来期待される収益を表しており、第2項は式(17)の異常が発生した場合の損害額を表している。大事故や自然災害のように突発的に生起し、多大な損失をもたらす事象は、事業の持続可能性に対する脅威であり、第2項の推定において特に重要といえる。このような複数種類の事象が相互に関係なくそれぞれの頻度でランダムに発生し、発生した場合の損害額が事象の種類に応じて一定とみなされる場合には、第2項の確率論的な特徴を把握するために、本稿の2.及び3.で論じた方法を用いることが可能である。

式(17)は、鉄道に限らず多くの資本集約的な収益事業に適用可能である。ここでは、近年自然災害によって大きな被害を被る事例が報告されている太陽光発電所を対象に、前述の方法を適用して損害額の現在価値の総和の確率分布を推定し、これを太陽光発電所のアセットポートフォリオ・マネジメントに活かす方法を検討する。

(2) 太陽光発電所における損失発生リスク

a) 損失リスクのプロフィール

表-1 は、太陽光発電事業の評価ガイド⁴⁾を参考に、ポートフォリオを形成する仮定の3か所の太陽光発電所について6種類の損失発生事象を選択し、それぞれについて発生確率と発生時の損失額を仮定したものである。表-1の仮定は、多くの太陽光発電所に認められる次のよう

表-1 ポートフォリオを形成する仮定の3つの太陽光発電所の損失リスクプロフィール

太陽光発電所	発電所 1		発電所 2		発電所 3	
当初資産価値 (百万円)	300		1,000		3,000	
自然災害の種類	平均災害間隔 (年)	損失額 (百万円)	平均災害間隔 (年)	損失額 (百万円)	平均災害間隔 (年)	損失額 (百万円)
①土砂災害	10	15	25	200	50	300
②地盤沈下・地割れ・陥没	7	3	15	5	30	10
③擁壁・法面の崩壊	10	3	15	5	25	10
④土砂の洗堀・流出	5	1	5	5	5	15
⑤風による倒壊	5	10	10	5	10	10
⑥地震による倒壊	100	360	200	1,200	400	3,000

発電所 1 に関しては小規模の為に計画が甘く被害に至った場合は損失が大きい傾向にある。
地盤の陥没は、基礎・架台の陥没を含むものと想定する。
土砂の洗堀・流出については、規模にかかわらず排水計画が甘い案件が多く、発生頻度は最大となるものと見られる。

な事実に基づいている。

土砂の洗堀・流出については規模の大小に係わらず殆どの発電所に認められる問題であり、これは排水計画が脆弱なことに起因する。たとえば、草地で浸透能を 0.7 と設定した場合、太陽光モジュールを敷設した広範なエリアは、屋根をかけたような状態になり、そこで集水された雨水がアレイ下端から集中して局所エリアに大量に落下する。このことで、単位面積当たりの浸透能は低下する。また、法面については全般に横方向の排水路が過小な傾向が認められる。過剰に集水された雨水が縦方向の水路に流れ、流量・流速が大きくなり、水路末端では洗堀やオリフィス・水路からの越水が多く認められている。なお、風による倒壊は、比較的大規模な発電所では申請の際に構造がチェックされているため、被害に至ってもアレイごとの倒壊に至るケースは少なく、モジュールの飛散に留まるケースが多いと考えられる。

b) ポートフォリオ効果

表-1にある発電所 1 の損失発生確率、及び発生時に想定される損失額から、式(13)、(14)の関係を利用して、現在価値で表される損失額の総和のガンマ分布近似を求めたのが図-4である。将来価値の社会的割引率 α は 0.04 としている。発電所 1 が 1 基の場合と、5 基の場合における損失額の経済価値の総和の分布が示されている。注意しなければならないのは、5 基は将来の損失発生について相互に相関がないと仮定されていることである。

ここでは、アセットポートフォリオのリスク評価指標として、信頼水準 90%の期待最大損失 VaR の当初資産価値に対する比率を用いる。将来の損失額の総和は、90%の確率でこの比率以下になると想定されることを意味する。ガンマ分布のパーセント点は、エクセルに用意された GAMMA.INV 関数で簡単に計算できる。図-4 の () 内に指標値を示す。指標値は、1 基の場合 1.25 であ

るのに対して、5 基では 0.93 に低下する。他の条件が同じであれば、リスクが互いに無相関の条件にあるアセットの数が増えるほど、アセットポートフォリオの相対的な損失リスクは低下するというポートフォリオ効果を表している。

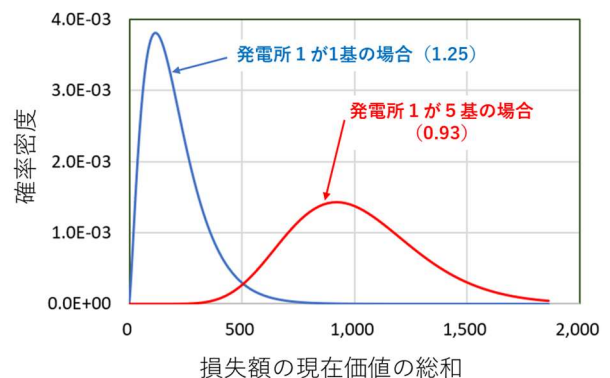


図-4 アセットポートフォリオの損失額の分布

() 内の数値は、VaR の当初資産価値に対する比率。社会的割引率は 4%としている。

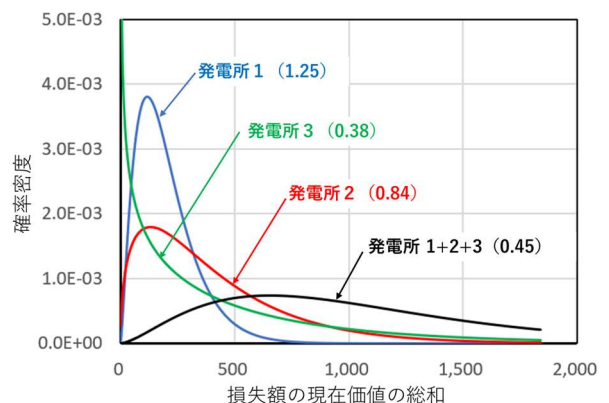


図-5 アセットポートフォリオの損失額の分布
凡例は図-4 と同じ。

図-5は、発電所1~3のそれぞれ、及びこの3つの発電所をポートフォリオとしてマネジメントする場合の損失額の現在価値の総和の確率密度曲線を描いたものである。

() 内の数値は、信頼水準 90%の期待最大損失 VaR の当初資産価値に対する比率を示す。発電所3を所有する発電事業者が発電所1と発電所2もあわせて所有すると、事業のリスクが高まることが分かる。

太陽光発電所では、今後中古市場が活発になるといわれているが、アセットの売買にあたっては、ポートフォリオ効果を十分考慮することが望ましい。本稿で提案する方法は、太陽光発電所をはじめ様々な事業分野において、アセットポートフォリオの将来損失リスクを簡便に推定するものであり、アセットポートフォリオ・マネジメントに役立つものと期待される。

5. 本法を適用する場合の留意点

アセットポートフォリオ・マネジメントに本法を適用する場合には、次の事項に留意することが必要である。

a) 無相関性

アセットポートフォリオを構成する主要アセット同士は、将来の損失発生について相関がないと仮定している。また、同一のアセットに生じる複数種類の損失事象についても、相互に相関がないと仮定している。アセット同士、損失事象同士で相関が高いと考えられる場合には、それらをひとまとまりのアセット又は損失事象として取り扱うべきである。

b) アセットの永続性

アセットポートフォリオを構成する主要アセットは、将来にわたって永続的に存続し機能し続けると仮定している。この仮定は一見非現実的であるように見えるかもしれないが、50年以上の耐用年数を有する公共土木施設等では、近似的にこの仮定が成り立つと考えてよい。太陽光発電所のようなライフタイムが相対的に短いアセットの場合でも、アセットポートフォリオを構成する主要アセットの残余ライフタイムに大きな相違がない場合には適用可能である。ただし、そこで得られる損失額の現在価値の総和は、実際の値というより相対評価のための指標という意味合いで捉えるべきであろう。

c) 迅速な復旧

損失額の現在価値の総和の計算では、たとえ大規模な損失事象が発生してもその後直ちに復旧が行われるという仮定をおいている。実際には、損失事象発生後復旧に相当の年月を要する場合や、復旧そのものをあきらめる場合もある。そのような場合であっても、b)で論じたように相対評価のための指標、例えばベンチマーキングに用いる場合等には、一定の有用性を認めることが可能であろう。

d) アセットのリスクプロファイル

アセットのリスクプロファイルの作成にあたっては、表-1に示すように、損失事象の発生確率と発生時の損失を推定することが望ましい。アセットの種類によっては、評価方法が確立されている場合もあるが、そうでない場合は、評価者が一定の評価基準を仮に定めて評価するようにする。評価基準は定期的に、又は必要に応じて見直す。定性的な評価だけでは、リスクを総体として評価することができず、ポートフォリオ・マネジメントの継続的な改善につながらない恐れがある。

6. 結論

アセットポートフォリオ・マネジメントの最適化を目的として、アセットにおけるリスク事象の発生がポアソン過程とみなされる場合の将来損失の現在価値の総和を計算する手法を提案した。手法の手順を簡単にまとめると、次のようになる。

- ① アセットポートフォリオを構成する主要アセットを対象にリスク分析を行い、表-1に示すような損失リスクプロファイルを作成する。損失リスク事象は、できるだけ相互に相関がなくなるようにすることに留意して選定する。
- ② 個々の発生確率と発生時の損失額から、式(13)と式(14)を用いて、ガンマ分布のパラメータ θ と β を計算する。さらに式(11)、式(12)から将来損失額の現在価値の総和の平均値と分散を求めることができる。また、 θ と β を式(10)に代入すると、アセットポートフォリオの将来損失額に関する確率密度関数のガンマ分布近似が得られる。
- ③ アセットポートフォリオのリスク評価指標として、信頼水準 90%の期待最大損失 VaR の当初資産価値に対する比率を用いることができる。この値が小さいほど、相対的にリスクは小さいといえ、アセットポートフォリオ・マネジメントにおける参考指標となり得る。

上記の方法の実際への適用にあたっては、5.で列挙された各項目に留意することが望ましい。

参考文献

- 1) 藤木修：防災事業の費用便益比の確率分布推定法，下水道協会誌，Vol.48 No.582，pp.79-85，2011。
- 2) 藤木修：ランダムに発生するリスク事象に係るバリュー・アット・リスクの計算方法に関する一考察，第1回JAAM研究発表会論文集，pp.11-16，2017。
- 3) 上田孝行：鉄道施設の維持管理・更新に関する調査，運輸政策研究，Vol.7 No.2，pp.112-116，2004。
- 4) 太陽光発電事業の評価ガイド策定委員会：太陽光発電事業の評価ガイド，太陽光発電協会，2018。