

コンセッション方式によるインフラ資産の 最適アセットマネジメント政策

竹末直樹¹・藤堂政行²・小林潔司³

¹ 株式会社三菱総合研究所 次世代インフラ事業本部（〒100-8141 東京都千代田区永田町 2-10-3）
E-mail: takesue@mri.co.jp

² 株式会社野村総合研究所 証券ソリューション事業本部（〒135-0042 東京都江東区木場 1-5-15）
E-mail: m-todo@nri.co.jp

³ 京都大学特任教授 経営管理大学院（〒606-8501 京都市左京区吉田本町）
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.jp

本研究では、わが国で導入が始まっているコンセッション方式におけるインフラ資産の最適アセットマネジメント政策を分析する方法論を提案する。コンセッション方式では、コンセッショネアとなる民間事業者が公共主体からインフラ資産の運営権を購入し、契約に基づく一定期間、インフラ資産の管理・運営を行った後、期間終了時に運営権を売却して当該事業を終了する。本研究では、事業期間中にコンセッショネアが得るフリーキャッシュフローの割引現在価値の総和と事業終了時に売却する運営権価格の割引現在価値の和を最大にする最適アセットマネジメント政策を求めるためのコンセッショネアモデルを定式化する。さらに、橋梁事業を対象に予防保全政策が最適アセットマネジメント政策となることを例示する。

キーワード：コンセッション，アセットマネジメント，フリーキャッシュフロー，資産価値，残存価値

1. はじめに

明治以降、わが国のインフラ資産の管理・運営は公共主体が行うのが基本であったが、1980年代以降に英国で行われた公共事業の民営化、PPP/PFI方式の導入を受けて、わが国においても幹線鉄道、高速道路、建物施設などの管理・運営に民間に任せる方式が導入されてきた。2015年には、改正PFI法（民間資金等の活用による公共施設等の整備等の促進に関する法律の一部を改正する法律）が成立し、インフラ資産の運営権を民間事業者が購入して管理・運営を行うコンセッション方式がわが国にも導入されることとなった。

コンセッション方式は、コンセッショネアと呼ばれる民間事業者が公共主体からインフラ資産の運営権を購入し、契約で定められた一定期間、インフラの管理・運営を行う方式である。事業終了時には運営権を売却するか、公共主体に有償で返還する。インフラ資産の所有権は事業期間中も公共主体に残っているため、コンセッショネアには固定資産税は発生しない。しかし、期間中にインフラ資産の増設や改築など、投資的経費を支払って工事等を行った場合には、その増分に対して固定資産税が課徴される。その他、事業期間中

の法人税等の租税も通常の民間事業と同様に発生する。

2014年1月に発行したアセットマネジメントの国際規格（ISO 55000 シリーズ）では、アセットマネジメントを「アセットから得られる価値を実現する調整された活動」と定義し、アセットを管理・運営する組織に対し計画的、効率的かつ継続的にアセットマネジメントを実施することを要求している¹。コンセッショネアがこの要求を満たすためには、契約期間中のインフラ資産の価値の最大化、すなわちインカム・アプローチを採用する場合には、インフラ資産から得られる期間中のフリーキャッシュフローの割引現在価値の総和を最大にするようなアセットマネジメント政策を実施しなければならない。

内閣府の「公共施設等運営権及び公共施設等の運営事業に関するガイドライン」²では、「運営権対価の算出方法は、運営権者が将来得られるであろうと見込む事業収益から事業の実施に要する支出を控除したものを現在価値に割り戻したもの（利益）を基本とし、各事業のリスクや優位性等を勘案し、運営権対価の割引、上乘せ等による調整や運営事業に付随して管理者等から売払いを受ける施設や物品等の購入金額を控除した金額等の合理的な手法が考えられる。」としている。

すなわち、アセットマネジメントにおける資産価値の評価とコンセッション事業における運営権価格の算定はインカム・アプローチで行われることがわかる。

本研究では、コンセッションネアがインフラ資産を最適に運用・管理する問題を取りあげる。コンセッションネアは、期間中のフリーキャッシュフローと運営権の売却価額の最大化の実現化をめざす。フリーキャッシュフローの最大化は収益が一定と仮定した場合には管理・運営費を抑制すること、運営権の売却価額の最大化はインフラ資産がその後もより多くのフリーキャッシュフローを生み出せるようインフラ資産を良好な状態に保つこと、によって実現できる。しかし、例えばコンセッションネアが管理・運営費を抑制し、期間中に適切な維持管理を行わずにフリーキャッシュフローを最大化した上で、期間終了間際に大規模補修などを行ってインフラ資産を良好な状態に戻して運営権を売却または返還するという行動も選択し得る。期間中に維持管理を適切に行わなければインフラ資産の健全性が損なわれ、例えば橋梁では予想以上に健全度が低下し、落橋または大規模改修による通行止めや車線減少などが発生して、当初に期待していた便益を著しく減少させる（あるいは、当初に予想していなかった外部コストが発生する）リスクが増大する。このように、コンセッションネアの最適アセットマネジメント政策は、将来に期待キャッシュフローを得られないリスクも組み込んだ最適アセットマネジメント政策を考慮することが必要となる。

以上の問題意識をもとに本研究では、コンセッションネアが期待キャッシュフローと運営権価格の和の最大化を実現する最適アセットマネジメント政策を求める最適化モデル（コンセッションネアモデルと呼ぶ）を提案する。具体的には、インフラ資産の劣化過程をマルコフ連鎖モデルで表現し、コンセッションネアのアセットマネジメント政策が事業期間中のフリーキャッシュフローと事業終了時の運営権価格に及ぼす影響をモデル化する。以下、2. では、本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、コンセッションネアモデルを定式化する。4. では、最終期におけるインフラ資産評価の方法を提案する。最後に 5. では、橋梁のアセットマネジメントを対象とした実証分析を通じて、モデルの有効性を検討する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

土木工学の分野において、インフラの劣化過程をマルコフ連鎖モデルを用いて定式化し、期待ライフサイ

クル費用を最小化する方法で最適アセットマネジメントモデルを構築した研究はこれまでも数多くの実績がある³⁶⁾。基本的にこれらは、公共主体がアセットマネジメントを実施することを念頭においた研究である。

一方で、インフラ資産を官民協働で管理・運営する PPP/PFI 手法については、各手法における官民の役割・リスク分担や入札契約の方法など、プロジェクトマネジメントの観点から行われた研究が数多く存在する⁷⁾¹⁴⁾。そのような中、竹末ら¹⁵⁾は、民営化方式によるインフラ資産の最適アセットマネジメント政策について、期待フリーキャッシュフローの割引現在価値の総和を最大にするような最適アセットマネジメントモデルとして定式化し、橋梁事業を例に課税の存在が最適アセットマネジメント政策に及ぼす影響を分析している。民営化方式が「アセットから得られる価値の実現」というアセットマネジメントの目的に合致しているかを考察した研究であるが、事業期間を無限大に設定して、公共主体が実施するアセットマネジメントとの比較を行うことを主眼としており、本研究が扱うコンセッション方式（有限期間かつ終了時に運営権を売却するケース）には適用できない。また、コンセッション方式に関する既往の研究も事業の契約方式や参加者のリスク分担などプロジェクトマネジメントの視点から行われたものが多く¹⁶⁾¹⁸⁾、国際規格が要求する「アセットから得られる価値を実現する調整された活動」というアセットマネジメントの目的を満たしているかの観点から分析を行った研究は筆者が知る限り見当たらない。竹末ら¹⁹⁾のコンセッション方式を含む PPP/PFI 手法におけるアセットマネジメントのためのインセンティブ評価に関する研究が該当する程度である。

(2) インフラ資産価値の評価方法

本研究では、コンセッションネアが初期時点においてインフラ資産の運営権を購入することを想定する。内閣府の「公共施設等運営権及び公共施設等の運営事業に関するガイドライン」²⁾は「運営権対価の算出方法は、運営権者が将来得られるであろうと見込む事業収益から事業の実施に要する支出を控除したものを現在価値に割り戻したもの（利益）を基本とし、各事業のリスクや優位性等を勘案し、運営権対価の割引、上乘せ等による調整や運営事業に付随して管理者等から売払いを受ける施設や物品等の購入金額を控除した金額等の合理的な手法が考えられる。」としており、運営権の購入額の決定はインカム・アプローチで行われることになっている。

コンセッション方式に限らず、インフラ資産の価値評価は、当該インフラ資産が将来にわたって生み出す

収益を現在価値に割り戻して換算する方法（インカム・アプローチ）が一般に用いられる。資産の売買市場が普及・成立している場合には、マーケット・アプローチやコスト・アプローチにより資産価値を評価することも可能であるが、インフラ資産は売買市場が限られるため、これらの方法を採用することが難しい。したがって、本研究においても、将来の期待キャッシュフローに基づくインカム・アプローチによってインフラの資産価値を評価する。結果的には、資産価値と運営権価額と算定は同じ方法となる。

いま、 T 期間にわたりコンセッションネアが生み出す毎期のフリーキャッシュフローを $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_T)$ とし、事業終了時の売却額を V_T とすると、当該インフラ資産の価値は

$$\text{資産価値} = \sum_{t=1}^T \beta^t F_t + \beta^T V_T \quad (1)$$

と表される。ここで、 $t = (1, 2, \dots, T)$ は各会計年度、 F_t は会計年度 t におけるフリーキャッシュフロー、 V_T は事業年度 T における運営権売却額、 β は割引因子である。本研究では初期時点における資本構成を、金融機関からの負債とコンセッションネアの資本で調達するとする。このとき、会計年度 t におけるコンセッションネアの税引後のフリーキャッシュフロー F_t は

$$F_t = \text{税引後当期利益 } t + \text{減価償却費 } t - \text{資本的支出 } t - \text{負債元本の返済額 } t + \text{新規借入額 } t \quad (2)$$

と表される。また、税引前当期利益 E_t は、

$$E_t = \text{収益 } t - \text{運営費 } t - \text{修繕費 } t - \text{減価償却費 } t - \text{固定資産税等 } t - \text{利息 } t + \text{運営権売却額 } t - \text{運営権購入額} \quad (3)$$

と表される。したがって、法定実効税率を γ とすると、税引前当期利益 E_t を用いて、税引後当期利益は、

$$\text{税引後当期利益 } t = \begin{cases} (1-\gamma)E_t & E_t \geq 0 \\ E_t & E_t < 0 \end{cases} \quad (4)$$

と表される。なお、本研究では、税引前当期利益がプラスの場合はその額を課税所得とし、マイナスの場合はゼロとしている。運営権の売却益（または売却損）は事業期間終了時に特別利益（または特別損失）として計上されることとした。また、フリーキャッシュフローに加味されるべき消費税、運転資本、退職給付費用等の経費類については、運営費に全て含まれるものとし、以下の分析においては本質的な役割を果たす項目のみに着目することとしている。

(3) 分析の方法

本研究では、事業者としてコンセッションネアを想定し、コンセッションネアがあるインフラ施設の運営権を公共主体から購入し、コンセッション契約に定められた一定期間、事業を行うスキームを想定する。コンセッションネアは1期間ごとに当該インフラ資産の健全度を点検し、その結果に基づいてどのような補修を実施するかを判断する。また、コンセッションネアは期間中に健全度が最悪になった時点ですぐさま健全度を最もよい状態に回復させる補修を行う。さらに、コンセッションネアはインフラ資産の更新や補修にかかる費用を銀行からの借入れにより調達する。また、コンセッションネアが生み出す収益に対しては法人税等の税が課徴されるために、初期時点においてコンセッションネアの資本構成（金融機関による借入金と株主からの出資金の金額とその構成）が課題となる。本研究では、初期時点における資本構成を外生的パラメータとして考え、外生的パラメータや租税等がコンセッションネアの維持補修戦略に及ぼす影響を分析する。

3. コンセッションネアモデルの定式化

(1) モデル化の基本条件

インフラ資産の劣化過程には不確実性が存在し、将来発生する維持補修活動を初期時点で確定的に決定することはできない。コンセッションネアモデルでは、コンセッションネアとなる民間事業者が公共主体からインフラ資産の運営権を購入し、コンセッション契約で決められた期間、インフラ資産を管理・運営し、期間終了時に運営権を売却する場合を考える。コンセッションネアは、コンセッション期間内のフリーキャッシュフローの総和と期間終了時の運営権の売却価額の合計の割引現在価値が最大になるように、インフラ資産の維持補修を実施する。コンセッションネアは事業期間中、毎年一定額 B の収益が発生すると仮定する。本研究では、コンセッション契約におけるアセットマネジメント政策に分析の焦点を絞るために、事業収益の変動リスクは考慮しないこととする。

本研究におけるフリーキャッシュフローのモデル化にあたっては、竹末ら¹⁵⁾による民営化方式によるインフラ資産の最適アセットマネジメントモデルを踏襲する。読者の便宜を図るため、以下では竹末ら¹⁵⁾によるフリーキャッシュフローモデルについて重複を厭わず記述する。ただし、本研究ではコンセッション方式を対象とするため、以下の点において既往研究と異なっていることを断っておく。すなわち、1) 事業期間が

有限であり事業終了時に運営権を売却する。2) 運営権は減価償却するが、固定資産税はかからない。3) 事業期間中のフリーキャッシュフローと運営権売却価格の和の割引現在価値を最大にする最適補修政策を求める。4) 健全度が最低ランクになった時には収益が低下し、これを特別損失で計上する。最後の点は、インフラ資産の劣化による損失が発生するリスクを明示的に考慮し、アセットマネジメントに対するインセンティブを賦与するために必要となる。

コンセッションネアはインフラ資産を保有しないため、コンセッションネアにはインフラ資産に対する固定資産税は課徴されない。ただし、インフラ資産の増設や改築等により、資産価値が増加した場合はその増分に対して固定資産税が課徴される。また、インフラ資産の運営により獲得した当期利益に対しては法人税が課徴される。コンセッションネアは1期間ごとに当該インフラ資産の健全度を点検し、予め決められたルールに基づいて維持補修を実施する。維持補修のルールは、コンセッションネアが決定できるものとする。

コンセッションネアがインフラ資産の補修に費やす費用は、維持的経費と投資的経費に区分される。維持的経費は当該会計年度における費用として認識されるが、投資的経費は資本的支出として計上される。コンセッションネアはインフラ資産を保有しないが、増設など資本的支出として計上された対象物には固定資産税と減価償却費が発生する。コンセッションネアが購入した運営権は、翌年の会計年度から減価償却が開始される。コンセッションネアは減価償却費の累積額を補修費用に充当する。補修費用が減価償却額の累積額を上回った場合、金融機関から借入れを行う。

インフラ資産の劣化過程には不確実性があり、事業期間中に健全度が最低ランクまで低下する可能性がある。健全度が最低のランクまで低下すると、インフラ資産から得られると当初想定していた収益が得られなくなる可能性がある。例えば、道路橋では健全度が最低ランクと判定されると、大規模改修や架け替えが行われる可能性があり、工事期間中は車線数の減少、迂回交通の発生、仮橋の建設など、費用の増加（または便益の低下）に直面する。民間事業者の場合、金融機関から維持補修のための借入れができず、事業者が破綻するというクレジットリスクが存在する。しかし、多くのインフラ資産は法定耐用年数を超えてその機能を発揮する場合が少なくない。このため、本研究ではコンセッションネアが破綻するというクレジットリスクを考慮しないこととする。

(2) マルコフ劣化モデル

$t=0$ で始まる離散的時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。単位時間幅を1に基準化する。当該インフラ資産の健全度を K 個のレーティング i ($i=1, \dots, K$) で表現する。 i の値が大きくなるほど、劣化が進展している。一般に、インフラ資産は多くの部材・部位で構成されているが、議論の見通しをよくするためにインフラ資産の健全度を1つのインデックスで表現する。インフラ資産が多くの部材・部位で構成されていることを考慮する場合は、部材・部位ごとの複数の劣化・補修過程で記述される集計的なシステムと考えることにより対応可能である。時点 t における当該インフラ資産の健全度を状態変数 $h(t) = i$ ($i=1, \dots, K; t=0, \dots, T$) を用いて表現する。インフラ資産の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し、離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。マルコフ推移確率は、時点 t における点検で観測された健全度 $h(t) = i$ を与件とし、次の時点 $t+1$ における健全度 $h(t+1) = j$ ($j \geq i$) が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = p_{ij} \quad (5)$$

を用いて定義される。このような推移確率をすべての健全度ペア (i, j) に対して定義することにより、マルコフ推移確率行列を

$$p = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{K1} & \cdots & p_{KK} \end{pmatrix} \quad (6)$$

と定義することができる。式(5)に示すマルコフ推移確率は所与の2つの時点 $t, t+1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り、劣化過程は進行すると考え、 $p_{ij} = 0$ ($i > j$) を仮定する。推移確率の定義より $\sum_{j=1}^K p_{ij} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率行列に関して、

$$\begin{cases} p_{ij} \geq 0 & (i, j = 1, \dots, K) \\ p_{ij} = 0 & (i > j) \\ \sum_{j=1}^K p_{ij} = 1 \end{cases} \quad (7)$$

が成立する。状態 K は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $p_{KK} = 1$ が成立すると考える。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない。マルコフ推移確率モデルでは、健全度が $i-1$ から i に推移した時点に関わらず、時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみ依存するという性質(マルコフ性)を満足する。

(3) 補修政策

離散軸上の時点 t において、健全度が $h(t) = i$ ($i = 1, \dots, K$) と判定されたと考える。時点 t において、健全度が $h(t) = K$ と判定された場合は、直ちに補修され健全度が 1 まで回復する。一方、時点 t において健全度が $1 < h(t) = i < K$ の場合に選択可能なアクションとして、1) 補修工事を実施しない、2) 補修を実施して健全度が j に回復する、という 2 つがある。ここで補修政策 s 点検で観測された健全度 $h(t) = i$ に対して、補修後の健全度を指定するルール $\xi^s(i)$ を用いて定義する。すなわち、補修政策 s は

$$\xi^s(i) = \begin{cases} i & \text{補修を行わない} \\ j & \text{補修後健全度が } j \text{ に移行する} \end{cases} \quad (8)$$

$(i, j = 1, \dots, K)$

と記述される。また、補修政策の集合を S と表す。補修政策 $s \in S$ を実施した場合、点検後の健全度に基づいて、直ちに補修が実施される。このような補修アクション前後の健全度の推移状態を、

$$q_{ij}^s = \begin{cases} 1 & \xi^s(i) = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$(i, j = 1, \dots, K)$

を用いて定義する。 q_{ij}^s を (i, j) 要素とする推移行列（以下、補修推移行列と呼ぶ）を Q^s と表記する。補修政策 $s \in S$ の下で実現する時点 t における劣化・補修過程は、推移確率

$$P_{ij}^s = \sum_{k=1}^K p_{ik} q_{kj}^s \quad (10)$$

を用いて再帰的に定義できる P_{ij}^s を (i, j) 要素とする推移確率行列 P^s と表す。式(10)を行列表記すれば、

$$P^s = pQ^s \quad (11)$$

となる。初期時点 $t = 0$ における健全度の確率分布を $\pi(0) = (\pi_1(0), \dots, \pi_K(0))$ とすれば、基本政策 $s \in S$ の下で時点 t ($t = 0, \dots, T$) における健全度分布 $\pi^s(t) = (\pi_1^s(t), \dots, \pi_K^s(t))$ は

$$\pi^s(t) = \pi(0)\{P^s\}^t \quad (12)$$

と表される。

(4) フリーキャッシュフローの定式化

コンセッションネアのフリーキャッシュフローを定式化する。フリーキャッシュフローは、企業活動により獲得したキャッシュフロー（営業キャッシュフロー）から、インフラ資産維持のために支出したキャッシュフローを差し引いたものである。

a) 補修費用

補修政策 $s \in S$ の下で、補修・劣化過程が進行し、時点 t の期首で観測される健全度を $h^s(t)$ と表記する。時点 t において、健全度 $h^s(t) = i$ のときに補修アクション $E^s(i) = j$ を採用した場合の補修費用を $c_i^s = c_{ij}$ と表す。補修を実施しない場合には $c_i^s = 0$ となる。補修費用は任意の j ($j \leq i \leq J; i = 1, \dots, K$)

$$c_{jj} \leq \dots \leq c_{ij} \leq \dots \leq c_{Kj} \quad (13)$$

を満足すると仮定する。条件(13)は劣化が進行した状態ほど、同一の健全度に回復させるための補修費用が大きくなることを意味する。

初期時点 $t = 0$ の健全度を $h^s(0) = i$ と表す。さらに、時点 $t = 1$ から時点 T に至る健全度の流れ $\mathbf{h}^s = (h^s(0), h^s(1), \dots, h^s(T))$ を与件とする。本来、初期時点において将来にわたる健全度は不確定であり、確率変数として記述されるが、ここでは確定的に考える。このとき、健全度の実現値 \mathbf{h}^s の下で期間 $[0, T]$ で発生するライフサイクル費用 $L^s(i; \mathbf{h}^s)$ は

$$L^s(i; \mathbf{h}^s) = \sum_{t=1}^T \beta^t c_{h^s(t)}^s \quad (14)$$

で表される。ただし、 β は割引率である。ここで、健全度ベクトル \mathbf{h}^s が推移確率(11)に従う確率変数と考えれば、期待ライフサイクル費用 $EL^s(i)$ は

$$EL^s(i) = E^s \left[\sum_{t=1}^T \beta^t c_{h^s(t)}^s \right] \quad (15)$$

と定義できる。ただし、記号 E^s は、式(11)に示す劣化過程の不確実性に関する期待値操作を表す。

また、補修費用は会計上、維持的支出と資本的支出に分けられる。維持的支出は「当該建物、設備等の通常の維持管理のため、又は一部がき損した建物、設備等につきその原状を回復するために経常的に要する費用」と定義される。資本的支出は「当該建物、設備等の価値を高め、またはその耐久性を増すこととなると認められる部分に対応する支出」と定義される。補修費用が維持的支出とみなされれば、当該年度に補修金額が全額費用として計上できるのに対し、資本的支出と見なされれば、翌年以降、複数年にわたって補修金額を減価償却しなければならない。

いま、時点 τ において健全度 $h^s(\tau) = i$ が観測され、補修費用 c_i^s の補修政策 $\eta^s(\tau)$ が実施される。補修金額 c_i^s のうち、資本的支出とみなされる割合を $0 < k_i^s \leq 1$ とすると、 $h^s(\tau) = i$ の状態で発生する修繕費の金額は、

$$\theta_{h^s(\tau)}^{1,s}(\tau) = c_i^s(1 - k_i^s) \quad (16)$$

と表される。また、状態 $h^s(\tau) = i$ の状態で発生する資本的支出の金額は、

$$\theta_{h^s(\tau)}^{2,s}(\tau) = c_i^s k_i^s \quad (17)$$

で表される。

b) 減価償却費

コンセッション事業で減価償却の対象になるのは、資本的支出で形成されたインフラ資産と契約時に購入した運営権である。両者を減価償却の対象とする。

健全度 $h^s(\tau)$ の状態が発生する投資に対して翌年から定額法で減価償却を行う。補修ルール $\eta^s(h^s(\tau))$ に従って実施した資本的支出に対する減価償却の年数を $M_{h^s(\tau)}^s$ とする。また、時点0で購入した運営権の購入額 $V^s(0)$ の減価償却の期間はコンセッション契約の期間 T とし、期間終了時の残存価額は0とする。

ここで、ダミー変数を

$$b_{h^s(\tau)}^s(t, \tau) = \begin{cases} 1 & \tau < x \leq \tau + \min\{M_{h^s(\tau)}^s, T - \tau\} \\ 0 & t > \tau + M_{h^s(\tau)}^s \end{cases} \quad (18)$$

$$(1 \leq \tau \leq t-1; t = 0, 1, \dots, T)$$

を導入する。ダミー変数 $b_{h^s(\tau)}^s(t, \tau)$ は、時点 t において、時点 τ のときに実施した補修の減価償却費が発生する場合に値1を、そうでないときには値0をとる。また、運営権購入額に対するダミー変数も同様に、

$$b_0(t, 0) = \begin{cases} 1 & t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (19)$$

と定義する。このとき、時点 t までに健全度ベクトル $h^s(t)$ が実現したときに発生する減価償却費の合計額は以下のようになる。

$$\theta_{h^s(t)}^{3,s}(t) = \frac{V^s(0)}{T} b_0(t, 0) + \sum_{\tau=1}^{t-1} \frac{\theta_{h^s(\tau)}^{2,s}(\tau)}{M_{h^s(\tau)}^s} b_{h^s(\tau)}^s(t, \tau) \quad (20)$$

ただし、 $h^s(t) = (h^s(0), \dots, h^s(t))$ は初期時点 $t=0$ から時点 t に至るまでの健全度の実現値の流列である。また、 t 時点における t 時点以前のすべての投資額に対する減価償却費の累計額すなわち減価償却費の積立額は、

$$\theta_{h^s(t)}^{4,s}(t) = \sum_{\tau=1}^t \theta_{h^s(\tau)}^{3,s}(\tau) \quad (21)$$

で表される。

c) 固定資産税

コンセッションネアはインフラ資産を保有しないが、増設等を行った場合は、その固定資産に対して固定資産税を毎年払わなければならない。当該時点における固定資産税の額は当該時点における固定資産評価額に

固定資産税率を乗じて求めることができる。また、固定資産評価額は、当該時点以前の固定資産取得金額(投資金額)から当該時点における減価償却費累計額を減じて計算することができる。固定資産に対する減価償却費は定額法で算出し、減価償却後の残存価額は0とする。いま、固定資産税の税率を g とすると、時点 t までの健全度ベクトル $h^s(t)$ を与件とした固定資産税は

$$\begin{aligned} & \theta_{h^s(t)}^{5,s}(t) \\ &= g \left\{ \sum_{m=1}^{t-1} \theta_{h^s(m)}^{2,s}(m) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^{t-1} \sum_{\tau=m}^t \frac{\theta_{h^s(m)}^{2,s}(m)}{M_{h^s(m)}^s} b_{h^s(m)}^s(\tau, m) \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

と表せる。なお、運営権は固定資産ではないため、固定資産税の対象にはならない。

d) 特別損益・損失

健全度が最低ランクまで低下すると、当該インフラ資産から得られると当初想定していた収益が得られず、特別損益・損失が発生する。本研究では、インフラ資産の劣化過程はマルコフ遷移確率に基づくことを仮定しているため、特別損益・損失が発生するリスクは、健全度が現在の状態から次の点検時に最低ランクに落ちる遷移確率を用いて表現できる。

本研究では、インフラ資産の健全度を K 個のレーティング i ($i=1, \dots, K$)で表現し、 i の値が大きくなるほど、劣化が進展すると仮定している。また、時点 t における点検で観測された健全度 $h(t) = i$ を与件として、次の時点 $t+1$ における健全度 $h(t+1) = j$ ($j \geq i$)が生起する条件付確率をマルコフ推移確率を用いて式(5)のように表現している。したがって、次の時点における健全度が最低ランクの K に落ちる遷移確率の流列は、

$$\mathbf{p}^K = (p_{1K}, p_{2K}, \dots, p_{KK}) \quad (23)$$

と表される。健全度 K に低下した時には、毎年的一定収益 B から ΔB だけ収益が低下すると仮定すると、特別損失は、

$$\Delta \mathbf{B}^K = \Delta B \mathbf{p}^K = (\Delta B p_{1K}, \Delta B p_{2K}, \dots, \Delta B p_{KK}) \quad (24)$$

で表される。

e) 返済額、利息

時点0において、コンセッションネアは内部留保金 $S(0)$ を保有する。コンセッションネアは補修政策 $s \in S$ を用いてインフラ資産の管理・運営を行う。期間中に大規模補修を実施する場合、事業者は内部留保金が存在

すれば、留保金を取り崩す。内部留保金のみで補修費を捻出できない場合、不足額を金融市場から調達する。金融機関から資金を借り入れた場合、翌年以降から返済を開始する。事業期間内に発生するすべての借入金に対して元利均等返済を想定する。

いま、事業期間内の時点 t において、借入金 $W^s(t)$ に対して年利 α 、返済回数 n の元利均等返済を行うと考える。 $W^s(t)$ は時点 $t-1$ の期末における内部留保金に依存して内生的に決定される。初期投資のための借入額は外生パラメータであり、 $W^s(0)$ と表記する。借入金 $W^s(t)$ に対して、時点 $t+1$ 以降、時点 $t+n$ までに発生する毎年の返済額 $R^s(t)$ は、(付録を参照)

$$R^s(t) = \frac{\alpha(1+\alpha)^n}{(1+\alpha)^n - 1} W^s(t) \quad (25)$$

と表される。ここで、ダミー変数を、

$$\omega(m, \tau) = \begin{cases} 1 & m \leq \tau + \min\{n, T - \tau\} \\ 0 & m > \tau + n \end{cases} \quad (26)$$

$$(0 \leq \tau \leq T-1; 0 < m < T)$$

とおく。 $\omega(m, \tau)$ は、時点 m において、時点 τ に借り入れた金額を返済する場合には値 1 を、そうでない時には値 0 をとるダミー変数である。このとき、時点 m に発生する返済額 $H^s(m)$ は、

$$H^s(m) = \sum_{\tau=0}^{m-1} R^s(\tau) \omega(m, \tau) \quad (27)$$

と表される。

次に、元利均等返済の利息額についての定式化を行う。借入金に対して元利均等返済で利息を返済すると仮定する。いま、ダミー変数を

$$l(t, \tau) = \begin{cases} 1 & t \leq \tau + \min\{n, T - \tau\} \\ 0 & t > \tau + n \end{cases} \quad (28)$$

と定義する。ダミー変数 $l(t, \tau)$ は、時点 t において、時点 τ における借入金に利子が発生する場合に 1 を、そうでない場合に値 0 をとる。この時、時点 τ における借入金 $W^s(\tau)$ に対して、時点 t に発生する利子 $I(t, \tau)$ は、次式で表される (付録参照)。

$$I^s(t, \tau) = \frac{\alpha\{1 - (1-\alpha)^{n-(t-\tau)}\}}{1 - (1-\alpha)^n} W^s(\tau) l(t, \tau) \quad (29)$$

したがって、時点 t における総利子支払い額は、次式で表される。

$$I^s(t) = \sum_{\tau=0}^{t-1} I^s(t, \tau) \quad (30)$$

f) 税引前当期純利益, 法人税, 税引後当期純利益

モデル化の前提条件より、事業期間中、毎年一定額 B の収益が発生すると考える。また、毎年、一定額の運営費 c が発生する。法定実効税率を γ とする。この時、補修政策 $s \in S$ の下で、時点 t までの健全度ベクトル $h^s(t)$ が観測されたとき、税引前当期純利益 $\theta_{h^s(t)}^{6,s}(t)$ は t 期の損益計算書から求めることができ、

$$\theta_{h^s(t)}^{6,s}(t) = B - \Delta B^K - c - \theta_{h^s(t)}^{1,s}(t) - \theta_{h^s(t)}^{3,s}(t) - \theta_{h^s(t)}^{5,s}(t) - I^s(t) \quad (31)$$

と表される。このとき、法人税 $\theta_{h^s(t)}^{7,s}(t)$ は、

$$\theta_{h^s(t)}^{7,s}(t) = \begin{cases} \gamma \theta_{h^s(t)}^{6,s}(t) & \theta_{h^s(t)}^{6,s}(t) \geq 0 \\ 0 & \theta_{h^s(t)}^{6,s}(t) < 0 \end{cases} \quad (32)$$

と表される。すなわち、税引前当期純利益 $\theta_{h^s(t)}^{6,s}(t)$ がプラスの場合は、その額が課税所得、マイナスの場合は課税所得をゼロとしている。本来は、会計上の利益と、税務上の所得は違うが、本研究では、同一であると仮定している。また、時点 t における、税引後当期純利益 $\theta_{h^s(t)}^{8,s}(t)$ は、

$$\theta_{h^s(t)}^{8,s}(t) = \theta_{h^s(t)}^{6,s}(t) - \theta_{h^s(t)}^{7,s}(t) \quad (33)$$

と表される。

g) 内部留保金と借入制約

一般的に事業を行う企業は、株主資本で資金を調達している場合については、式(36)の税引後当期純利益の中から、株主へ対して配当を行い、残額を内部留保に回す。本研究では、株主価値最大化の観点から、事業期間中の利益に対しては、内部留保を考慮しないことにする。すなわち、式(36)で求めた税引後当期純利益がゼロ以上の場合においては、すべて株主に対しての配当としてキャッシュアウトとする。また、当然、税引後当期純利益がマイナスの場合においては、当該時点における配当金はゼロとなる。このことを踏まえ、時点 t における、企業が株主に対して支払う配当金

$\theta_{h^s(t)}^{9,s}(t)$ は、

$$\theta_{h^s(t)}^{9,s}(t) = \begin{cases} \theta_{h^s(t)}^{8,s}(t) & \theta_{h^s(t)}^{8,s}(t) \geq 0 \\ 0 & \theta_{h^s(t)}^{8,s}(t) < 0 \end{cases} \quad (34)$$

と表される。

コンセッションネアは、内部留保金(預金残高)を考慮しながら、当該期間中に発生する補修金額、運営費、

法人税，固定資産税，配当金等のキャッシュアウトを行わなければならない。しかしながら，内部留保金を上回るキャッシュアウトが発生すると予想される場合には，企業は資金調達によってその資金不足を解消しなければならない。そこで，事業期間中における内部留保金（預金残高）と資金調達額を定式化する。ただし，本研究では，事業期間中の資金調達の方法として，銀行からの借り入れのみを想定し，内部留保金に対しては利子はかからないと仮定する。

いま，時点 0 の期首における内部留保金 $S(0)$ を，事業開始以前に調達した株主資本 $E(0)$ と借入金 $W(0)$ の合計額から，当該インフラ資産の運営権購入に用いられた初期投資額 $C(0)$ を減じた金額と定義する。すなわち，時点 0（0 時点の期首から期末まで）における内部留保金は， $S(0) = E(0) + W(0) - C(0)$ と表される。

次に時点 $t(\geq 1)$ の期末時点における内部留保金について考える。まず，時点 t 期間中に発生するキャッシュインとキャッシュアウトのイベントの発生時期について， t 期期首に，収益 B と，借入金 $W^s(t)$ のキャッシュインが発生するとする。 t 期期間中には，運営費 c ，固定資産税 $\theta_{h^s(t)}^{5,s}(t)$ ，補修金額 c_i^s がキャッシュアウトする。固定資産税については，固定資産税と年 4 回に分けて納税することが基本とされているが，市町村によっては，年 1 回にまとめて納付することが認められており，本研究では，期中にまとめて納付することを想定する。また，運営費，固定資産税，補修金額の支払いの順番は，前後する可能性がある。 t 期期末においては，当期純利益に対して，法人税 $\theta_{h^s(t)}^{7,s}(t)$ と配当金 $\theta_{h^s(t)}^{9,s}(t)$ が，また，債権者に対する借入金の元利均等返済額 $H^s(t)$ がキャッシュアウトするとする。支払いの順番は一般的に，法人税，返済額，配当金の順番になる。 t 期に発生するこれらの各イベントの発生時期を踏まえて， t 期期首に借入金 $W^s(t)$ を借り入れないとした場合に， t 期期末に残っていると見積もられる内部留保金 $U(t)$ は，

$$U(t) = S(t-1) + B - \Delta B^K - c - \theta_{h^s(t)}^{5,s}(t) - c_i^s - \theta_{h^s(t)}^{7,s}(t) - H^s(t) - \theta_{h^s(t)}^{9,s}(t) \quad (35)$$

と定義することができる。ここで， $S(t-1)$ は $t-1$ 期末時点で実際にある内部留保金である。このとき，時点 t 期首に借入金を借り入れないとした場合の t 期期末に発生する内部留保金 $U(t)$ がゼロを下回っている場合に，その差額分だけ $W^s(t)$ を借入するという制約を設ける。 t 期期首に調達する借入金の額 $W^s(t)$ は，

$$W^s(t) = \begin{cases} -U(t) & U(t) < 0 \\ 0 & U(t) \geq 0 \end{cases} \quad (36)$$

と定式化できる。したがって，借入金 $W^s(t)$ を加味した， t 期期末時点の内部留保金 $S(t)$ は，

$$S(t) = U(t) + W^s(t) \quad (37)$$

と表される。

i) フリーキャッシュフロー

以上より，税引後当期純利益 $\theta_{h^s(t)}^{8,s}(t)$ ，減価償却費

$\theta_{h^s(t)}^{3,s}(t)$ ，固定資産税 $\theta_{h^s(t)}^{5,s}(t)$ ，資本的支出 $\theta_{h^s(t)}^{2,s}(t)$ ，

元本の返済額（＝元利返済額 $H^s(t)$ －利息返済額 $I^s(t)$ ），および新規借入金 $W^s(t)$ が定式化できたことから，当該時点でのコンセッションネアから見たフリーキャッシュフローは，

$$F_{h^s(t)}^s(t) = \theta_{h^s(t)}^{8,s}(t) + \theta_{h^s(t)}^{3,s}(t) - \theta_{h^s(t)}^{2,s}(t) - H^s(t) + I^s(t) + W^s(t) \quad (38)$$

と表される。

(7) コンセッションネアモデルの定式化

コンセッションネアは，時点 $t=0$ においてインフラ資産の運営権を $V^s(0)$ で購入し，コンセッションの契約期間中はインフラ資産を管理・運営してフリーキャッシュフローを獲得する。また，時点 $t=T$ において運営権を $V^s(T)$ で売却する。運営権の価格 $V^s(T)$ は補修政策 $s \in S$ に応じて外生的に与えられると考える。コンセッションネアは時点 $t=0$ から，契約期間中を通じて獲得できる期待キャッシュフローの現在価値の総和と契約終了時点における運営権の売却価額の総和

$$V^s = E^s \left[\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h^s(t)}^s(t) \right] + \beta^T W^s(t) \quad (39)$$

を最大にするような補修政策 $s \in S$ を採用すると考える。ただし， β は割引因子（ $0 < \beta < 1$ ）である。また，記号 $E^s[\]$ は，補修政策 $s \in S$ の下で実現する健全度ベクトル $h^s(T)$ に関する期待値操作を表す。このとき，コンセッションネアの最適化行動は，以下に示すようなコンセッションネアモデルとして定式化できる。

$$V(\bar{\pi}) = \max_{s \in S} \{V^s\} \quad (40)$$

subject to $\pi(0) = \bar{\pi}$

ただし， $\bar{\pi}$ は，初期時点 $t=0$ における健全度分布ベクトルである。

4. インフラ資産評価と解法

(1) 解法の概要

3.で、不確実な健全度の下でコンセッショネアが事業を実施する場合のインフラ資産価値を最大化する最適補修政策を求めるためのコンセッショネアモデルを定式化した。ここで、事業終了時の運営権の売却額については、インフラ資産の残存価値を管理会計上で定義する場合と財務会計上で定義する場合の2つが存在する。以下、残存価値を管理会計上で定義した場合の健全度ごとの資産価値を最大化するための最適補修政策を求めるモデルを時価評価モデル、残存価値を財務会計上で定義した場合の健全度ごとの資産価値を最大化するための最適補修政策を求めるモデルを簿価評価モデルと呼ぶことにする。以下に2つの方式によりインフラ資産価値を評価する方法を提案するとともに、2つのモデルを用いて最適アセットマネジメント施策を求める手順を示す。

(2) 時価評価モデル

a) インフラ資産の時価評価

最終時点 T におけるインフラ資産の運営権の売却価格として、最終時点のインフラ資産の健全度に応じた時価評価の結果を用いることとする。すなわち、最終時点におけるインフラ資産の価格は、最終時点におけるインフラ資産の健全度を与件として、その時点から無期限にわたってインフラ資産を補修政策 $s \in \mathcal{S}$ を用いて維持補修、および運用を行った場合に獲得できる期待フリーキャッシュフローの当該期価値で測定できる。

いま、初期時点における健全度の状態ベクトルを $\pi(0)$ とする。補修政策 $s \in \mathcal{S}$ を適用した場合、事業終了時点 T における健全度分布ベクトル $\pi^s(T; \pi(0)) = \{\pi_1^s(T; \pi(0)), \dots, \pi_K^s(T; \pi(0))\}$ は、式(12)を用いて

$$\pi^s(T; \pi(0)) = \pi(0) \{P^s\}^T \quad (41)$$

と定義する。コンセッション契約が開始された時点におけるインフラ資産の健全度により、契約終了時点におけるインフラ資産価格が異なる。このことを考慮するために K 通りの初期健全度状態

$$\begin{cases} \bar{\pi}_1 = (1, 0, 0, \dots, 0) \\ \bar{\pi}_2 = (0, 1, 0, \dots, 0) \\ \vdots \\ \bar{\pi}_K = (0, 0, 0, \dots, 1) \end{cases} \quad (42)$$

を定義する。初期時点において、健全度状態が $\pi(0) = \bar{\pi}_i$ であるインフラ資産の時価価値は、式(40)を用いて再帰的に

$$V^s(\bar{\pi}_i) = E^s \left[\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h^s}^s(t) \right] + \beta^T \sum_{j=1}^K \pi_j^s(T; \bar{\pi}_i) V^s(\bar{\pi}_j) \quad (43)$$

$$(i = 1, \dots, K)$$

と定義できる。式(42)は、インフラ資産の時価価値 $V^s(\bar{\pi}_i) (i = 1, \dots, K)$ に関する K 次元の連立方程式である。連立方程式の左辺は、初期時点 $t=0$ におけるインフラ健全度分布 $\bar{\pi}_i$ を与件としたインフラ資産の時価価値、右辺の第1項は、初期時点 $t=0$ から時点 T までに発生する期待フリーキャッシュフローの割引現在価値の総和、右辺の第2項は、事業最終時点 T におけるインフラ資産の時価評価の初期時点における割引現在価値の期待値を表す。式(43)の連立方程式を解くことにより、 K 種類の初期健全度に対応したインフラ資産の時価価値を求めることができる。この連立方程式の解を $V^{s*}(\bar{\pi}_i) (i = 1, \dots, K)$ と表す。

いま、初期時点 $t=0$ におけるインフラ資産の健全度分布 $\bar{\pi}_i$ を予件とする。 i は初期時点で観測された健全度を表す。このとき、所与のインフラ資産の資産価値を最大とするような時価評価モデルは

$$V(\bar{\pi}_i) = \max_{s \in \mathcal{S}} \{V^s(\bar{\pi}_i)\} \quad (43)$$

と定式化できる。上記の最大化問題の最適政策(以下、時価最適解と呼ぶ)を $s^*(\bar{\pi}_i) \in \mathcal{S}$ と表す。

b) 時価評価モデルの解法

時価最適解を求めるための計算手順は、以下の通り整理できる。

(ステップ1) $k=0, i=1, n=1$ とする。初期戦略 $s^{(0)} = (s_1^{(0)}, \dots, s_K^{(0)})$ を与える。

(ステップ2) 健全度分布 $\bar{\pi}_i$ を与える。

(ステップ3) 与えられた戦略 $s^{(k)}$ に対して、 $Q^{s^{(k)}}$ を定義し、事業終了時点における健全度分布 $\pi^{s^{(k)}}(T; \bar{\pi}_i)$ を求める。

(ステップ4) 補修政策 $s^{(k)}$ 及び、初期健全度 $h^{s^{(k)}}(0) = i$ に対して、式(11)に示す劣化・補修過程から健全度ベクトルに関する n 番目のサンプル $h_n^{s^{(k)}}(T)$ を、式(11)に示す劣化・補修過程からモンテカルロシミュレーションによりランダム抽出する。

(ステップ5) ステップ4で求めた $h_n^{s^{(k)}}(T)$ に依存して $\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h_n^{s^{(k)}}}^s(t)$ を求める。

(ステップ6) ステップ4, 5を M 回繰り返す。モンテカル

ロ・シミュレーションを M 回繰り返し、時点 $t=1$ から $T-1$ の F の現在価値の和の期待値(式(43)の右辺第1項)を $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \beta^t F_{h_n^{s(k)}}^{s(k)}(t)$ として求める。

(ステップ7) $i \leq K-1$ 以下の場合、 $i = i+1$ としてステップ2に戻る。そうでない場合、ステップ8に進む。(ステップ8)式(43)に示す連立方程式を解くことにより、各健全度ごとの資産価値(=残存価値) $V(\bar{\pi}_i)(i = 1, \dots, K)$ を求める。

(ステップ9)ステップ1に戻り、戦略 $k \in K$ を設定し直し、上記の手順を K 回繰り返し、式(44)を満足するような $s^*(\bar{\pi}_i)$ が最適補修政策として決定される。

以上の計算手順が、時価評価モデルにおける最適補修政策の決定方法である。

(3) 簿価評価モデル

a) インフラ資産の簿価評価

コンセッション期間終了時点のインフラ資産の運営権価値を、その時点における簿価価値を用いて評価する場合を考える。財務会計上で定義される運営権の残存価値は、運営権の購入価額及び事業期間中に行われた資本的支出の累計額から事業期間中の減価償却費の累計額を減じることにより測定できる。資本的支出の累計額は式(22)の固定資産税の対象額、すなわち式(22)から固定資産税理率 g を取り除いた式で表される。補修政策として $s \in S$ に着目すると、時点 t の期末における残存価値 $\Omega_{h^s(t)}^s(t)$ は、式(20)と式(22)を用いて

$$\begin{aligned} \Omega_{h^s(t)}^s(t) &= V^s(0) - \frac{V^s(0)}{T} b_0(t, 0) + \sum_{m=1}^{t-1} \theta_{h^s(m)}^{2,s}(m) \\ &+ \sum_{m=1}^{t-1} \sum_{\tau=m}^t \frac{\theta_{h^s(m)}^{2,s}(m)}{M_{h^s(m)}^s(m)} b_{h^s(m)}^s(\tau, m) \\ &- \sum_{\tau=1}^{t-1} \frac{\theta_{h^s(\tau)}^{2,s}(\tau)}{M_{h^s(\tau)}^s(\tau)} b_{h^s(\tau)}^s(t, \tau) \quad (44) \end{aligned}$$

と表される。最終時点で評価される簿価は、期間中に実施される補修支出の履歴に依存する確率変数である。事業終了時点において、インフラ資産の運営権価格が、その時点における財務会計上の簿価で評価される場合、初期時点において健全度が $\bar{\pi}_i$ であるインフラ資産を運用することにより獲得できる期待フリーキャッシュフローの割引現在価値は

$$\bar{V}^s(\bar{\pi}_i) = E^s \left[\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h^s(t)}^s(t) + \beta^T \Omega^s(T) \right] \quad (45)$$

$(i = 1, \dots, K)$

と定式化できる。 $\Omega^s(T)$ は、最終時点 T における残存価値を表している。この時、初期健全度ごとの資産価値を最大とするような簿価評価モデルは、

$$\bar{V}^s(\bar{\pi}_i) = \max_{s \in S} \left\{ E^s \left[\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h^s(t)}^s(t) + \beta^T \Omega^s(T) \right] \right\} \quad (46)$$

と定式化できる。上記の最大化問題の最適政策(以下、簿価最適解と呼ぶ)を $s^*(\bar{\pi}_i) \in S$ と表す。

b) 簿価評価モデルの解法

簿価評価モデルの最適解を求める計算手順は基本的に時価評価モデルと同じであり、残存価値が事業終了時点のインフラ資産の簿価で評価されることが異なる。事業終了時点までのフリーキャッシュフロー F^s の期待値は、時価最適解と簿価最適解とともに同じ計算方法で求めることができる。具体的な簿価評価モデルの計算手順は以下の通りである。

(ステップ1) $k = 0, n = 1$ とする。初期戦略 $s^{(0)} = (s_1^{(0)}, \dots, s_K^{(0)})$ を与える。

(ステップ2) 与えられた戦略 $s^{(k)}$ に対して、 $Q^{s^{(k)}}$ を定義する。

(ステップ3) 補修政策 $s^{(k)}$ 及び、初期健全度 $h(0) = i$ に対して、式(11)に示す劣化・補修過程から健全度ベクトルに関する n 番目のサンプル $h_n^{s^{(k)}}(T)$ を、式(11)に示す劣化・補修過程からモンテカルロシミュレーションによりランダム抽出する。

(ステップ4) ステップ3で求めた $h_n^{s^{(k)}}(T)$ に依存して $\sum_{t=1}^T \beta^t F_{h_n^{s^{(k)}}(t)}^{s^{(k)}}(t)$ と $\Omega_{h_n^{s^{(k)}}(T)}^{s^{(k)}}(T)$ を求める。

(ステップ5) ステップ3, 4を M 回繰り返す。 N 本のサンプルパス $h_n^{s^{(k)}}(T)(n = 1, \dots, N)$ を用いて、時点 $t=1$ から T の F の現在価値の和の期待値(式(44)の右辺第1項)と最終時点におけるインフラ資産の簿価の期待値 $\omega^s(T)$ を求める。

(ステップ6) ステップ1に戻り、戦略 $k \in K$ を設定し直し、上記の手順を K 回繰り返し、式(45)を満足するような $s^{**}(\bar{\pi}_i)$ が最適補修政策として決定される。

以上の計算手順が、簿価評価モデルにおける最適補修政策の決定方法である

(4) 両モデルによる解法結果の比較

a) 最適補修政策

時価評価モデルと簿価評価モデルについて、上述の計算ステップを踏むことによって、各々の最適補修政策を決定することができる。最適補修政策は、インフラ資産の健全度がどの状態の時に対策を行えばインフ

ラの資産価値が最大となるか（インフラから得られる将来フリーキャッシュフローの割引現在価値が最大となるか）を求めるものであり、その政策は、予防保全政策（健全度が低下する前に対策を実施）か事後保全政策（健全度が低下してから対策を実施）かの何れかに分類される。なお、前述のとおり、両モデルの最適解を求める手順は基本的に同じであるため、最適補修政策の分類結果も同じになると予想される。

b) 残存価値

時価評価モデルと簿価評価モデルにおける残存価値の算定方法は全く異なる。即ち、時価評価モデルでは、残存価値をインフラ資産の健全度の変数として、初期状態と最終状態の割引現在価値の期待値が等しいとする連立方程式を解いて求めるのに対し、簿価評価モデルでは、初期の資産価値に期間中の投資的経費を加算し、減価償却費を減算して求める。減価償却費は経過年数で決定されるため、簿価評価モデルで求めた残存価値は、その時点のインフラ資産の物理的状態を反映したものにはならない。両モデルから求められる残存価値の値は異なったものとなるが、インフラ資産の物理的状態を反映した残存価値が求まる点で、時価評価モデルがより現実に近い値となることが予想される。

c) 財務と非財務の情報の整合性

アセットマネジメントの国際規格（ISO 55000シリーズ）では、アセットマネジメントの実施に際して、財務データと非財務データの整合を取ることが要求されている。具体的には、ISO 55001の7.5項に「組織は、そのステークホルダーの要求事項及び組織の目標を考慮しつつ、法令及び規制上の要求事項を満たすために必要とされる程度まで、財務的及び技術的なデータとその他の関連する非財務的なデータとの間の一貫性、及び追跡可能性があることを確実にしなければならない。」と記述されている²⁰⁾。

両モデルの最適補修政策は、インフラ資産の劣化・補修過程から対策費用を求め、残存価値を含む将来フリーキャッシュフローの割引現在価値を最大化する方策として導出される。この点においては、両モデルともISO55000シリーズが要求する財務と非財務のデータの整合性を満足している。一方、残存価値については、簿価評価モデルはインフラ資産の状態に関係なく、減価償却費等の財務データのみから価値を評価するのに対し、時価評価モデルはインフラ資産の劣化状態を踏まえて価値を評価する。ISO55000シリーズの要求に対しては、時価評価モデルが応えていると言える。

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した時価評価モデルと簿価評価モデルを、ある高規格道路におけるY橋のRC床版に適用した事例を示す。適用事例の目的は、本研究で提案した時価評価モデルと簿価評価モデル資産価値評価の方法を具体的に示すことに加え、事業最終年度のインフラ資産の物理的状態を踏まえた残存価値が求められる時価評価モデルと簿価評価モデルとの結果の差異を分析することにある。近年、我が国でも特に空港や下水道の分野でコンセッション方式が導入されている。高規格道路については、国内では事例は少ないものの、例えば2016年に行われた愛知県有料道路コンセッション事業では、愛知県道路公社が管理する有料道路の運営権を民間企業に設定し、運営が行われている。以下の適用事例は、今後、我が国において実施される高規格道路におけるコンセッション事業を想定して試算したものである。当然のことながら、方法論の有効性を検証するためには、今後の適用事例の蓄積を待たざるを得ないことは言うまでもない。

適用事例において対象としたY橋梁の諸元は、以下の通りである。

- ・橋長：358.58m
- ・支間長：8@30.700m+3@26.900m+30.900m
- ・交通量：17,171台(12時間)、大型車混入率27.8%
- ・有効幅員：8.750m(総幅員：9.750m)
- ・適用示方書：昭和47年道示(TL-20)
- ・架設年次：1975年(昭和50年)
- ・上部工形式：鋼単純桁
- ・下部工形式：控え壁式橋台(鋼管杭)、T型橋脚(鋼管杭)

既存橋梁の架替実態調査結果²¹⁾によると、平成8年度の調査対象橋梁において、鋼橋の架替理由の内訳として、改良工事が45.9%、機能上の問題が31.5%、上部構造の損傷が12.1%、耐荷力不足が4.5%、その他が2.8%、耐震対策が1.7%、下部構造の損傷が1.5%となっており、損傷による架替として上部構造の占める割合が下部構造に比べて圧倒的に高い。また、上部構造の損傷による架替理由の内訳を見てみると、床版の損傷が67.2%と大部分を占めている。したがって、本研究で対象としている鋼橋においては、床版への対策による効果をアセットマネジメントの観点から分析することとし、本研究で提案した基本モデルおよび民間事業者モデルに適用することとする。なお、橋梁の架替理由は床版損傷のみならず、下部工を含む機能上の問題に拠ることが多く、床版の損傷のみが架替理由でない点には注意を要する。

表-1 健全度判定区分

| 健全度 | 状態区分 | 一般的状況 |
|-----|------|---------------------------------------|
| 1 | OK | 点検の結果から、損傷は認められない。 |
| 2 | I | 損傷が認められ、その程度を記録する必要がある。 |
| 3 | II | 損傷が認められ、追跡調査を行う必要がある。 |
| 4 | III | 損傷が大きく、詳細調査を実施し、補修を行うかどうかの検討を行う必要がある。 |
| 5 | IV | 損傷が著しく、交通の安全確保の支障となる恐れがある。 |

表-2 推移確率行列

| 健全度 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|--------|---------|----------|-----------|-----------|
| 1 | 0.8048 | 0.19278 | 0.002344 | 0.0000757 | 0.0000003 |
| 2 | 0 | 0.7512 | 0.2477 | 0.001001 | 0.000099 |
| 3 | 0 | 0 | 0.9575 | 0.04176 | 0.00074 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0.9636 | 0.0364 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

表-3 検討対象となる補修工法

| 健全度 | 補修工法 | 補修単価 | 回復水準 |
|-----|----------|-----------------------|------|
| 2 | 表面被覆工法 | 35 千円/m ² | 1 |
| 3 | ひび割れ注入工法 | 60 千円/m ² | 2 |
| 4 | 鋼版接着工法 | 350 千円/m ² | 3 |
| 5 | 床板打替工法 | 800 千円/m ² | 1 |

対象部材の健全度の判定は「橋梁点検要領（案）」によって、「橋梁点検・補修の手引き（近畿地方整備局版）」²⁹⁾を基準とした点検方法を用いて行われている。（表-1参照）。また、健全度は5つの離散的な状態変数で表され、それぞれ表-1に示すように定義される。対象部材の補修で用いられる補修工法を表-3に示している。また、健全度と補修工法の関係から、健全度2と3で行う補修政策を予防保全、健全度4と5で行う補修政策を事後保全と呼ぶこととする。一般的に、予防保全は損傷が大きくなる前に対策を行って寿命を延伸することを指すが、その対策は健全度を向上する補修のみならず、健全度には関係のない軽微な補修や清掃等も含まれる。本研究では、前述のとおり、補修は健全度を向上させることを前提としているため、予防保全もその範囲での定義であることを断っておく。

現在のところ、補修により健全度がどの状態に回復するかに関するデータはないが、健全度5の際に行われる床板打替工法に関しては、OK（健全度*i*=1）に回復し、その他の工法に関しては、健全度を1ランク回復させると考える（表-3参照）。さらに、対象部材の劣化課程を示す推移確率行列*P*を、指数ハザードモデルを用いた劣化予測モデルで表現し、最尤推定法により推計した。

対象とする高規格道路では平成6年度と14年度の2時点において、全橋梁を対象とした定期点検も実施され

ている。点検結果に基づいて、指数ハザードモデルを用いて推計したマルコフ推移確率行列を表-2に示す。マルコフ推移確率行列*P*は1年間における推移確率を表現している。また、時価評価モデル、簿価評価モデルの両モデルにおいて対象とするインフラ資産は同一であり、本研究で想定している補修工法は、インフラ資産の増設や改築等により、資産価値を増加させることを想定してないため、事業期間中に固定資産税は課税されない。すなわち両モデルにおいて資本的支出の割合を示すパラメータは、 $k_2 = 0, k_3 = 0, k_4 = 0, k_5 = 0$ と設定される。

補修金額に関しては、対象とする床板の全面積に対して補修を行うと仮定すると、補修単価のデータを用いて、補修費用は以下のように設定される。（単位：千円）。前述のとおり健全度ごとの補修はすべて修繕費と見なされるため、本研究では補修工法に対する減価償却年数については、考慮する必要がないことを断っておく。

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 97,510 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 167,160 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 975,100 & 0 & 0 \\ 2,228,800 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対象とする事業の便益課程、借入金額等のパラメータに関しては、以下のように仮定した。毎年の収益と毎年運営費については、モデル化の前提条件で記載したとおり、一定値とする。ただし、健全度が最低ランクの5に落ちた場合には、毎年の一定収益の3割の特別損失が発生すると仮定する。

表4 時価評価モデルにおける最適補修政策

| 補修シナリオ | | 政策 1 | 政策 2 | 政策 3 | 政策 4 | 政策 5 | 政策 6 | 政策 7 | 政策 8 |
|--------------|---------|--------|--------|--------|---------------|--------|--------|---------------|--------|
| 補修する健全度 | | 2,5 | 3,5 | 4,5 | 2,3,5 | 2,4,5 | 3,4,5 | 2,3,4,5 | 5 |
| 資産価値 (億円) | 初期健全度 1 | 152.99 | 150.21 | 150.80 | 153.03 | 152.90 | 150.11 | 153.04 | 151.03 |
| | 初期健全度 2 | 151.61 | 148.78 | 149.68 | 151.99 | 151.50 | 148.77 | 152.02 | 150.41 |
| | 初期健全度 3 | 149.57 | 147.69 | 148.53 | 150.72 | 148.53 | 147.56 | 150.67 | 149.12 |
| | 初期健全度 4 | 142.75 | 141.33 | 140.75 | 143.02 | 140.68 | 139.63 | 142.69 | 141.87 |
| | 初期健全度 5 | 128.63 | 125.94 | 126.96 | 128.77 | 128.59 | 126.01 | 128.71 | 126.98 |

表5 簿価評価モデルにおける最適補修政策

| 補修シナリオ | | 政策 1 | 政策 2 | 政策 3 | 政策 4 | 政策 5 | 政策 6 | 政策 7 | 政策 8 |
|--------------|---------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|---------------|--------|
| 補修する健全度 | | 2,5 | 3,5 | 4,5 | 2,3,5 | 2,4,5 | 3,4,5 | 2,3,4,5 | 5 |
| 資産価値 (億円) | 初期健全度 1 | 131.58 | 129.33 | 129.95 | 131.53 | 131.49 | 129.22 | 131.53 | 130.53 |
| | 初期健全度 2 | 130.31 | 127.91 | 128.82 | 130.49 | 130.23 | 127.88 | 130.52 | 129.91 |
| | 初期健全度 3 | 128.60 | 126.82 | 127.67 | 129.23 | 127.66 | 126.67 | 129.16 | 128.62 |
| | 初期健全度 4 | 121.54 | 120.62 | 119.90 | 121.75 | 119.79 | 118.74 | 121.19 | 121.37 |
| | 初期健全度 5 | 107.21 | 105.07 | 106.10 | 107.27 | 107.18 | 105.13 | 107.21 | 106.48 |

また、「減価償却資産の耐用年数等に関する省令」²⁴⁾より橋梁の寿命は一般に50年程度と言われていることから、適用事例で想定する事業期間を50年とした。コンセッション方式の運営権の償却年数は事業期間と等しいことから、コンセッショニアは50年間に渡って運営権購入額を償却していくことになる。また、本研究の適用事例では、コンセッショニアが購入する運営権購入価格については、インフラ資産の状態に基づいて決定される。今回は、初期時点のインフラ資産の状態を健全度1から健全度1まで5つのパターンを想定する。したがって、簿価評価モデルにおける初期時点の運営権購入価格については初期健全度に紐づき5パターンを想定する。なお、簿価評価モデルの運営権購入価格の設定方法については、健全度5のときの運営権購入価格を0(円)として、そのほかの健全度の運営権購入価格については、各健全度における補修金額に比例してコスト法で算出している。

- ・コンセッション事業期間： $T = 50$ (年)
- ・初期借入金： $W(0) = 2,000,000,000$ (円)
- ・初期出資金： $E(0) = 2,000,000,000$ (円)
- ・運営権購入価格： $V_{h(0)=1}^s(0) = 2,228,800,000$ (円)
- ・運営権購入価格： $V_{h(0)=2}^s(0) = 2,131,290,000$ (円)
- ・運営権購入価格： $V_{h(0)=3}^s(0) = 1,964,130,000$ (円)
- ・運営権購入価格： $V_{h(0)=4}^s(0) = 989,030,000$ (円)
- ・運営権購入価格： $V_{h(0)=5}^s(0) = 0$ (円)
- ・運営権購入価格の減価償却年数： $M_0 = 50$ (年)
- ・毎年収益： $B = 1,000,000,000$ (円)
- ・毎年運営費： $c = 20,000,000$ (円)
- ・特別損失： $\Delta B = 0.3B$
- ・固定資産税等の税率： $g = 1.7\%$

- ・法定実効税率： $r=30.6\%$
- ・割引率 $\lambda=4\%$ (割引因子 $\beta \cong 0.96$)
- ・借入金の返済方式：元利均等返済
- ・利率(年率)： $\alpha=1\%$
- ・借入金の返済期間： $n=20$ (年)
- ・モンテカルロシミュレーションの試行回数： $N=1,000$

(2) 分析結果の考察

5.(1)で示したRC床板に対して、コンセッショニアが運営権を購入し、コンセッション事業を行うことを想定し、時価評価モデルおよび簿価評価モデルを用いて資産価値および最適補修政策を求めた。その結果を表4と、表5に示す。時価評価モデルを用いた場合、運営権購入時点の健全度(初期健全度)が1のときの最適補修政策として、政策7、すなわち、事業期間中に健全度ランクが2,3,4,5に推移したときに補修を行う政策が選ばれた。初期健全度が2,3,4,5については、順に政策7、政策4、政策4、政策4が最適補修政策となった。初期健全度がどの状態でも最適補修政策に健全度2,3のときに補修を行なう方法がとられているために、予防保全政策が時価評価モデルにおける最適補修政策といえる。

次に、簿価評価モデルにおいて、同様に資産価値および最適補修政策を求めた結果を表5に示す。簿価評価モデルを用いた場合、初期健全度が1のときの最適補修政策として、政策1、すなわち、事業期間中に健全度ランクが2,5に推移したときに補修を行う政策が選ばれた。初期健全度が2,3,4,5については、順に、政策7、政策4、政策4、政策4が最適補修政策となった。初期健全度がどの状態でも最適補修政策に健全度2のときに補修を行う方法がとられているために、時価評価モデルと

表-6 時価評価モデルにおける残存価値（割引後）

| 補修シナリオ | | 政策 1 | 政策 2 | 政策 3 | 政策 4 | 政策 5 | 政策 6 | 政策 7 | 政策 8 |
|--------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|
| 補修する健全度 | | 2,5 | 3,5 | 4,5 | 2,3,5 | 2,4,5 | 3,4,5 | 2,3,4,5 | 5 |
| 残存価値 (億円) | 初期健全度 1 | 21.41 | 20.87 | 20.85 | 21.50 | 21.41 | 20.89 | 21.51 | 20.50 |
| | 初期健全度 2 | 21.30 | 20.87 | 20.85 | 21.50 | 21.27 | 20.89 | 21.51 | 20.50 |
| | 初期健全度 3 | 20.97 | 20.87 | 20.85 | 21.49 | 20.87 | 20.89 | 21.51 | 20.50 |
| | 初期健全度 4 | 21.21 | 20.71 | 20.85 | 21.27 | 20.89 | 20.89 | 21.51 | 20.50 |
| | 初期健全度 5 | 21.41 | 20.87 | 20.85 | 21.50 | 21.41 | 20.89 | 21.51 | 20.51 |

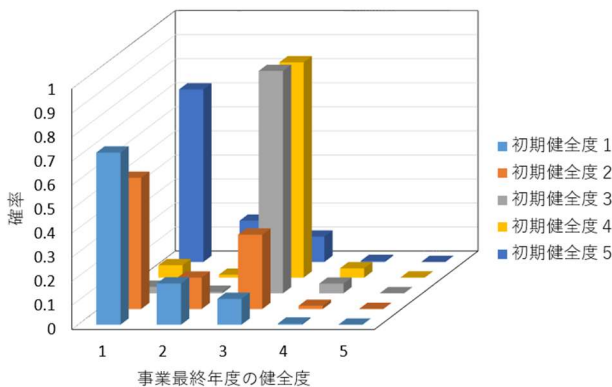


図-1 事業終了時点において各健全度になる確率 (政策5)

同様に簿価評価モデルにおいても予防保全政策が最適補修政策といえる。

以上の結果から、コンセッションネアがインフラ資産をコンセッション事業として実施する際には、予防保全政策が最適補修政策になると結論づけられる。

コンセッション方式の資産価値算出方法として2つのモデルを想定したが、次に、構造物の劣化状態などの実情を踏まえたモデルとしてどちらのモデルが資産価値および売却価格（残存価値）算出するのに適しているかを検証する。図-1は、政策5の補修政策を用いたときに事業終了時点において対象とするインフラ資産がどの程度劣化しているかを確率で表した図である。初期健全度ごとに事業終了時点の各健全度ごとの確率を示している。本適用事例において、簿価評価モデルで算出される残存価値は、事業期間中に対して行われた投資の累計額から減価償却費の累計額を減算して求めることができる。事業期間中の補修については、どの健全度で補修するに関わらず、すべて修繕費として計上されるため、事業終了時点での未償却残高は0円となる。したがって、簿価評価モデルにおいては初期健全度がどの健全度からスタートしようと残存価値は0円となる。

一方、時価評価モデルで算出される残存価値は、式(43)で示したように、事業期間中のフリーキャッシュフローと事業終了時の資産の各健全度になる確率を考

慮した残存価値（未知数）の総和の割引現在価値を、事業開始時点の健全度ごとの資産価値（未知数）と等しいとする連立方程式を解くことによって算出される。すなわち、事業終了時点のインフラ資産の劣化状態に基づいて残存価値が求まる。表-6に時価評価モデルにおける初期健全度ごと、補修政策ごとの割引後の残存価値の期待値を示した。また、政策5を採用した場合の各初期健全度に対する事業終了時点の健全度分布を図-1に示した。その分布から、健全度と残存価値が比例関係にあること、すなわち事業終了時点のRC床版の状態が良いほど、残存価値が高くなることがわかる。コンセッション方式では、事業期間中のフリーキャッシュフローと事業終了時の残存価値を増加することが、コンセッションネアにとっての予防保全のインセンティブとなる。したがって、アセットマネジメント実施の観点から考えると、残存価値の算定は時価評価モデルで行うことが望ましいといえる。運営権価格はその時点の市場環境に拠るところもあるが、コンセッションネアにとっては資産の物理的な状態を良好に保ちつつ、事業期間中の維持管理費用を極小化する時価評価モデルの最適補修政策である予防保全政策を用いることが資産価値の向上と運営権価格の上昇に繋がる。

6. おわりに

本研究では、PPP/PFI手法の1つであるコンセッション方式について、コンセッションネアがインフラ資産の管理・運営期間中に得るフリーキャッシュフローの割引現在価値の総和と事業終了時に売却する運営権価格の割引現在価値の和を最大にする最適アセットマネジメント政策を求めるためのコンセッションネアモデルを定式化した。さらに、事業終了時に売却する運営権価格について、終了時の残存価値を求めるための2つのモデル（簿価評価モデルと時価評価モデル）を提案した。さらに、これらのモデルを仮想的に設定した橋梁事業に適用し、コンセッションネアにとっての最適補修政策は予防保全政策となり、時価評価モデルを活用することにより、運営権の売却価格をインフラ資産の状態に基づき予測できることを示した。

今後の課題は以下の通りである。第1に対策費用の会計処理の問題である。本研究では、対策によってインフラ資産の価値は上昇しないとして、各健全度を回復するための対策費用を修繕費（維持的経費）と見なし、全額を対象年度に費用計上している。もし、それが投資的経費と見なされると、資産価値がその分だけ上昇し、固定資産税や減価償却費（翌年度以降）の増加やそれに伴う収益や法人税の増減につながり、将来フリーキャッシュフローから導出される資産価値に影響が及ぶ。対策費用の会計上の仕訳は、原状回復の場合は維持的経費、寿命延伸など機能向上を伴う場合は投資的経費に仕訳けられるのが原則であるが、実際には個別判断によることも多く、その判断がコンセッションエアの運営権の売却戦略に影響を及ぼすことになる。健全度回復のための対策方法とその会計処理方法の統一的な整理が求められる。第2に本研究は適切な会計情報の提供に基づいて適切なアセットマネジメント政策が選定されることを前提としている。アセットマネジメントの国際規格（ISO55000シリーズ）では、財務や非財務の情報を含む全ての情報は、組織がアセットマネジメントを適切に実施するための「支援要素」と位置づけられている。したがって、コンセッションエアモデルを活用するためには、コンセッションエアによる会計情報の適切な開示とそれに基づくアセットマネジメントの実施が担保されていることが必要である。それを実現する手段の一つが、ISO55000シリーズによる国際規格認証を通じたガバナンスであるといえる。第3にリスクへの対処である。本研究では、インフラ資産の健全度が最低になった場合に一部収入を獲得できなくなると仮定し、そのリスクを便宜的に3割と設定して試算を行っている。実際には、インフラ資産が想定以上に早く劣化したり、特に一定の健全度以下になると、加速度的に健全度の低下が進むことも予想される。こうした不確実な要素を体系的に整理し、フォルトツリー分析などを活用して、それらを組み込んだインフラ資産の価値評価のしくみを構築することが必要である。

これらに対するさらなる研究が求められる。

付録 元利均等方式の返済額と利息の導出

元利均等方式で借入を行った際の、返済額と利息額を導出する。t時点の融資額を $W^d(t)$ 、年利を α 、返済回数をn回、毎年の返済額をRとする。このとき毎年の返済額は、 $W^d(t)$ に対するn年後の融資残高が0になるとすると、以下の関係式が成り立つ。

$$W^d(t)(1+\alpha)^n - R(1+\alpha)^{n-1} - \dots - R = 0$$

$$W^d(t)(1+\alpha)^n = R\{(1+\alpha)^{n-1} + \dots + 1\}$$

$$= \frac{R(1+\alpha)^n - 1}{\alpha} \quad (\text{A.1})$$

$W^d(t)$ に対する毎年の返済額は、

$$R = \frac{W^d(t)\alpha(1+\alpha)^n}{(1+\alpha)^n - 1} \quad (\text{A.2})$$

となる。次に、 r_x を $W^d(t)$ に対するx回目の元本返済額、 I_x をx回目の支払利息額とすると、返済額と利息の関係は以下のように表すことができる。

$$\begin{cases} I_1 = (W^d(t) - r_1)\alpha \\ \vdots \\ I_n = (W^d(t) - r_1 - r_2 - \dots - r_n)\alpha \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

上記の関係式と、 $r_x - I_x = r_{x-1} - I_{x-1} (= \text{一定})$ の関係式より、次の漸化式を導き出すことができる。

$$r_x(1-\alpha) = r_{x-1} \quad (x = 2, \dots, n)$$

$$r_x = \frac{r_1}{(1+\alpha)^{x-1}} \quad (\text{A.4})$$

漸化式を解くには、初回の元金返済額 r_1 を求めなければならない。すべての元金の返済合計額は、借入額 $W^d(t)$ に等しいため、以下の関係式が成り立つ。

$$\sum_{x=1}^n r_x = W^d(t) \quad (\text{A.5})$$

したがって、 r_1 を求めると、

$$r_1 \sum_{x=1}^n \frac{1}{(1+\alpha)^{x-1}} = W^d(t)$$

$$r_1 = \frac{\alpha(1-\alpha)^{n-1}}{\{1 - (1-\alpha)^n\}} W^d(t) \quad (\text{A.6})$$

となり、求めた r_1 を漸化式に代入すると、

$$r_x = \frac{\alpha(1-\alpha)^{n-x}}{1 - (1-\alpha)^n} W^d(t) \quad (\text{A.7})$$

となり、x回目の元金返済額が求まる。さらに、 $R = r_x + I_x (= \text{一定})$ より、 $W^d(t)$ に対する、x回目の利息額は、次のように導出することができる。

$$I_x = \frac{\alpha\{1 - (1-\alpha)^{n-x}\}}{1 - (1-\alpha)^n} W^d(t) \quad (\text{A.8})$$

参考文献

- [1] 竹末直樹：“ISO55000 シリーズ規格の内容と今後の動向”,アイソス, 2018.
- [2] 内閣府：“公共施設等運営権及び公共施設等運営事業に関するガイドライン”, 内閣府, 2018.
- [3] Mishalani, R. and Madanat S. : Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, ASCE Journal of Infrastructure Systems, Vol.8, No.4, 2002.
- [4] 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- [5] 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- [6] 貝戸清之, 小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- [7] 柏木昇監修, 美原融・赤羽貴, 日本政策投資銀行 PFI チーム編著：“PFI 実務のエッセンス”, 有斐閣, 2004.
- [8] 井熊均：“自治体 PFI プロジェクトの実務”, 東洋経済新聞社, 2003.
- [9] 土木学会建設マネジメント委員会 PFI 研究小委員会：“インフラ整備を伴う PFI 事業形成のための課題の明確化とその解決策の提言に向けて”, 2003 年度研究報告書, 2004.
- [10] 菅野一敏, 宮本和明, 森地茂：“水道事業 PPP のリスク定量分析に基づく事業形式の検討”, 土木学会論文集 F, Vol.66, No.2, pp.275-288, 2010.
- [11] 大西正光, 坂東弘, 小林潔司：“PFI 事業におけるリスク分担ルール”, 都市計画論文集, No.38-3, pp.289-294, 2003..
- [12] 石磊, 大西正光, 小林潔司：“PPP 事業権契約の効率性と保証金”, 土木学会論文集 D, Vol62, No.3, pp.383-400, 2006.
- [13] 土木学会建設マネジメント委員会インフラ PPP/PFI 研究小委員会：“競争的対話の導入に向けて—欧州における実績とわが国への適用に向けた課題”, 2014.
- [14] 加藤聡：“民間事業者の事業実施等に係る意思決定の視点からみた我が国の PPP/PFI における「バンドリング」の意義と有用性”, 東洋大学 PPP 研究センター紀要, Vol.7, pp.1-22, 2013.
- [15] 竹末直樹, 藤堂政行, 瀬木俊輔, 小林潔司：“民営化方式によるインフラ資産の最適アセットマネジメント政策”, 土木学会論文集 F (投稿中)
- [16] 野地大樹, 堀田昌英：“水道事業のコンセッション方式におけるインセンティブ付与方法のモデル分析”, 土木学会論文集 F4, Vol75, No.1, pp.38-50, 2019
- [17] 大西正光, 村上武士, Wu Peiwei, 小林 潔司：“水道コンセッション事業の入札方式と経済的効率性”, 土木学会論文集 D3, Vol.73, No.5, I_309-I_322, 2017.4
- [18] 村上武士：“途上国水道事業におけるコンセッション方式の入札・契約に関する研究”, 京都大学学術情報リポジトリ, 2019
- [19] 竹末直樹, 藤堂政行, 小林潔司：“PPP/PFI 手法におけるアセットマネジメントのためのインセンティブ評価”, グローバルビジネスジャーナル 2020 年 6 巻 1 号 p.20-30
- [20] 竹末直樹：“アセットマネジメントの国際的動向, ISO5500X (アセットマネジメント) 講習会 2014, アセットマネジメント国際規格の発行を踏まえて”, 一般社団法人 京都ビジネスリサーチセンター, 2014.
- [21] 市川明広, 武田達也, 玉越隆史：既設橋梁の架替実態調査結果, 土木技術資料, 50-5, pp.10-13, 2008.