

専門業者点検とインハウス点検の 二者間比較を通じた教育効果検証

橋詰遼太¹・貝戸清之²

¹非会員 大阪大学大学院博士前期課程 工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: r.hashizume@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²個人正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

本研究で対象とするコンクリート設備を保有する管理主体では、近年の点検技術者不足を背景に、専門業者点検と並行して現場に常駐するインハウスエンジニアによる年次点検を実施しており、自社内での点検技術者育成を試みている。しかしながら、専門業者点検とインハウス点検の点検結果には大きな差が生じている。そこで本研究では、専門業者点検の結果を基にインハウスエンジニアの点検精度と教育効果を検証する。具体的には、双方の点検で得られた複数年の点検データを混合マルコフ劣化ハザードモデルに適用し、期待寿命の比較を行うことによってインハウス点検の教育効果を検証する。さらに、設備種別毎の期待寿命を比較し、特に点検精度に差が生じやすい設備について分析を行う。最後に、分析結果を踏まえて今後の点検技術者育成の課題について検討を行う。

キーワード：混合マルコフ劣化ハザードモデル，劣化予測，点検精度，教育効果検証，維持管理

1. はじめに

近年の社会基盤構造物の老朽化が急激に進行する一方で、維持管理を担う点検技術者不足が問題となっている。技術者不足の対策として、新規入職者の確保、現従業員に対する教育・研修、高年齢従業員の雇用延長が実施されている¹⁾。維持管理業務の持続可能性の観点では、高年齢技術者の活用とともに次世代への技術継承が特に必要とされている。このような背景から、点検技術者の育成が喫緊の課題となっている。本研究で対象とするダムコンクリート施設では、専門業者点検による点検と併せて現場に常駐するインハウスエンジニアによる点検（以下、インハウス点検と呼ぶ）を原則毎年実施し、点検技術者の育成を試みている。しかしながら、専門業者点検とインハウス点検の点検結果には大きな差が生じている。また、設備種別によって特に点検結果に差異が出やすいものがある。点検技術者育成には長期的な視点が求められ、継続的に専門業者点検とインハウス点検を並行して実施することによってインハウス点検の精度向上、つまり教育効果が期待される。設備別の点検精度及び教育効果を明らかにすることによって、今後の点検技術者の育成方針策定において活用することが可能となると考えられる。

以上の問題意識から、本研究においては専門業者点検とインハウス点検で得られた点検データを用いて、インハウス点検の点検精度及び教育効果を検証する。具

体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルを適用し、劣化速度の相対評価を行う。このとき、専門業者点検の前後でインハウス点検が異なる劣化過程を辿ると考える。専門業者点検前のインハウス点検と専門業者点検後のインハウス点検の劣化速度を比較し、設備間の点検精度の差異及び、専門業者点検による教育効果を検証する。以下、**2.**では本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**では、混合マルコフ劣化ハザードモデルについて詳述し、**4.**でその推計方法を示す。最後に、**5.**で2種類の点検により得られた目視点検データを用いて点検精度と教育効果の検証を行う。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 劣化速度を用いた相対評価

統計的手法を用いた劣化予測に関する研究は、今までに数多く行われている。特に、マルコフ劣化ハザードモデル²⁾の開発によって、限られたデータから社会基盤構造物の劣化予測が可能となった。また、混合マルコフ劣化ハザードモデルの開発³⁾により、個々の施設の劣化過程に介在する異質性を考慮した劣化予測を行うことが可能となった。さらに、施設間の劣化速度の相対評価によって、補修の優先順位の決定問題を検討することが可能となった⁴⁾。さらに、同一施設において補修前後の劣化速度の相対比較によって補修効果の検証が可能である⁵⁾。本研究においては、劣化速度

の相対評価によって同一の社会基盤施設に対して実施された異なる点検手法間の差異について分析することを試みる。

(2) 専門業者点検とインハウス点検の二者間比較

本研究で対象とするダムコンクリート設備においては、専門業者点検とインハウス点検の2種類の点検が実施されている。専門業者点検は、3~10年間隔で実施され、詳細な点検が行われている。インハウス点検は、2009年より専門業者点検を補完する形で原則毎年実施され、外観上の明らかな異常の有無を確認している。このように専門業者点検と並行してインハウス点検を実施し、点検技術者の育成を試みている。しかしながら、専門業者点検の点検結果とインハウス点検の点検結果には大きな差が生じる場合がある。特定の設備において点検結果に差が生じやすい傾向があり、設備によって健全度判定の難易度が異なると考えられる。健全度判定が難しい設備においては、今後の点検技術者育成において特段の対策が求められる。

インハウス点検が開始された初期は、専門業者点検が実施された年度においてインハウス点検の健全度が推移しているケースが多く、専門業者点検の点検結果を参考にしながら健全度判定を行っていたと考えられる。このようにインハウス点検における健全度判定と専門業者点検の判定との比較を繰り返すことによって点検精度が年々に向上していると考えられる。これは、専門業者点検がインハウス点検に与える教育効果と考えることができる。

本研究においては、インハウス点検の設備別の点検精度と専門業者点検による教育効果の検証を行う。具体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルを適用し、設備種別間の異質性と点検種別・点検時期による異質性を求める。まず、専門業者点検前と専門業者点検後で得られたインハウス点検データは異なる劣化過程を辿ると考える。図-1に示すように、2回目の専門業者点検の前後でインハウス点検を期間1と期間2に分割する。同一施設に対して、期間1と期間2で別の異質性パラメータを設定することとする。また、専門業者点検で得られた点検データに対しても異質性パラメータを設定する。このように、期間1のインハウス点検、期間2のインハウス点検、専門業者点検についてそれぞれ設備別に異質性パラメータを設定する。期間1と期間2のインハウス点検の期待寿命と専門業者点検の期待寿命を設備別に比較することによって、各設備の点検精度と教育効果を検証する。

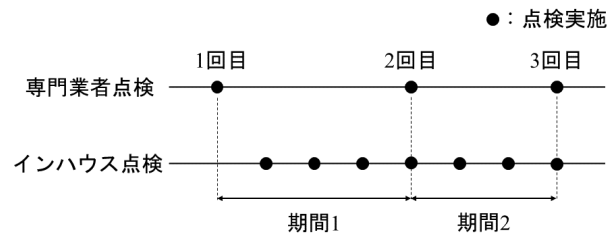


図-1 期間の設定

3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を考え、離散的時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。単位時間幅を1に基準化する。施設の健全性を I 個の健全度 i ($i = 1, \dots, I$) で表現する。 i の値が大きくなるほど、劣化が進展している。時点 t における施設の健全度を状態変数 $h(t) = i$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots$) を用いて表現する。施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し、離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。推移確率は、時点 t における健全度 $h(t) = i$ を与件とし、次の時点 $t+1$ における健全度 $h(t+1) = j$ ($j \geq i$) が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = \pi_{ij} \quad (1)$$

を用いて定義される。なお、微小時間での健全度の推移は1段階である。このようなマルコフ推移確率(1)は所与の2つの時点 $t, t+1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0$ ($i > j$) が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} &\geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, I) \\ \pi_{ij} &= 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

が成立しなければならない。健全度 I は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{II} = 1$ が成立する。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない。マルコフ連鎖モデルでは、健全度が $i-1$ から i に推移した時点に拘わらず、時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度だけに依存するという性質(マルコフ性)を満足する⁶⁾。

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデルの定式化

混合マルコフ劣化ハザードモデルの詳細に関しては参考文献³⁾⁷⁾に詳しいが、ここでは同モデルを簡単に紹介する。本研究では目視点検データに基づく個々の施設の劣化予測を目的としている。分析の対象とする社会基盤施設を K 個の施設グループ（評価単位）に分割する。さらに、施設グループ k ($k = 1, \dots, K$) は、合計 L_k 個の施設で構成されている。施設グループ k に固有なハザード率の異質性を表すパラメータ ε^k を導入する。このとき、施設グループ k の施設 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) のハザード率を、個別ハザード率

$$\lambda_i^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k \quad (3)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k)$$

を用いて表す。ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ は施設グループ k の施設 l_k が有する健全度 i の平均的なハザード率（以下、標準ハザード率）である。異質性パラメータ ε^k は、施設グループ k の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する。異質性パラメータ $\varepsilon^k > 1$ であり、かつ ε^k の値が大きくなるほど、当該施設グループ k に含まれる全ての施設の劣化速度が、標準ハザード率に対して大きいことを表す。式 (3) において、全ての健全度のハザード率に、同一の確率変数 ε^k が含まれることに留意して欲しい。これにより、ある健全度において劣化速度が大きい場合、他の健全度の劣化速度も相対的に大きくなることを表すことができる。いま、異質性パラメータ ε^k がガンマ分布 $f(\varepsilon^k | \alpha, \gamma)$

$$f(\varepsilon^k | \alpha, \gamma) = \frac{1}{\gamma^\alpha \Gamma(\alpha)} (\varepsilon^k)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma}\right) \quad (4)$$

から抽出された確率標本であると考ええる。ガンマ分布 $f(\varepsilon^k | \alpha, \gamma)$ の平均は $\alpha\gamma$ で、分散は $\alpha\gamma^2$ である。また、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{g}(\varepsilon^k | \phi)$ は、

$$\bar{g}(\varepsilon^k | \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon^k) \quad (5)$$

と表される。

ここで、施設グループ k ($k = 1, \dots, K$) の異質性パラメータ ε^k の値を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定する。このとき、施設グループ k のある施設 l_k の健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率 $\bar{F}_i(y_i^{l_k})$ は、指数ハザード率 (3) を用いて

$$\bar{F}_i(y_i^{l_k}) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k y_i^{l_k}) \quad (6)$$

と書き換えることができる。さらに、施設グループ k の施設 l_k の第 1 回目の点検時刻 $\tau_A^{l_k}$ において健全度が i と判定され、次の点検時刻 $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ においても健全度が i と判定される確率 $\pi_{ii}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\pi_{ii}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \quad (7)$$

となる。また、点検時刻 $\tau_A^{l_k}$ と $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ の間で健全度が i から j ($> i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ は、式 (3) より、

$$\begin{aligned} \pi_{ij}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k} - \tilde{\lambda}_s^{l_k}} \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \end{aligned} \quad (8)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K)$$

と表すことができる^{?)}。ただし、 $\tilde{\lambda}^{l_k} = (\tilde{\lambda}_1^{l_k}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{l_k})$ である。また、 $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k})$ は

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k} - \tilde{\lambda}_s^{l_k}} \quad (9)$$

となり、標準ハザード率のみの関数で表される。また、 $\pi_{iI}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ に関しては、

$$\pi_{iI}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) \quad (10)$$

と表すことができる。つぎに、パラメータ ε^k がガンマ分布、式 (5) に従って分布する場合を考える。まず、健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率は、式 (7) を用いて

$$\bar{\pi}_{ii}(z^{l_k}) = \int_0^\infty \pi_{ii}(z^{l_k} | \varepsilon^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (11)$$

と表すことができる。マルコフ推移確率 $\bar{\pi}_{ii}(z^{l_k})$ はハザード率の確率分布を考慮した点検間隔 z^{l_k} の平均的なマルコフ推移確率を表している。同様に点検間隔 z^{l_k} の下で健全度 i から健全度 j へ推移する平均マルコフ推移確率は、

$$\bar{\pi}_{ij}(z^{l_k}) = \int_0^\infty \pi_{ij}(z^{l_k} | \varepsilon^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (12)$$

と表される。

(3) 目視点検データとハザード率

施設グループ k ($k = 1, \dots, K$) に属する施設 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) に関して 2 回の目視点検が実施されたと考ええる。3.(2) と同様に、目視点検が実施されたカレンダー時刻を $(\tau_A^{l_k}, \tau_B^{l_k})$ と表す。ただし、 $\tau_A^{l_k}$ は第 1 回の目視点検時刻であり、 $\tau_B^{l_k}$ は第 2 回目の目視点検が実施されたカレンダー時刻である。施設グループ k に含まれる施設 l_k の点検サンプルには、第 1 回目の目視点検から第 2 回目の目視点検が実施された時刻までの期間長 z^{l_k} と、これら 2 回の目視点検で観測された施設の健全度 $\bar{h}(\tau_A^{l_k})$ 、 $\bar{h}(\tau_B^{l_k})$ に関する情報が記載されている。記号「 $\bar{\quad}$ 」は、実測値であることを意味している。点検時点における健全度に基づいて、ダミー変数 $\delta_{ij}^{l_k}$ ($i = 1, \dots, I-1, j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k$) を

$$\delta_{ij}^{l_k} = \begin{cases} 1 & \bar{h}(\tau_A^{l_k}) = i, \bar{h}(\tau_B^{l_k}) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (13)$$

と定義する。さらに、ダミー変数ベクトルを $\delta^{lk} = (\delta_{11}^{lk}, \dots, \delta_{I-1,I}^{lk})$ 、施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造特性や環境条件を表す特性行ベクトルを $\bar{x}^{lk} = (\bar{x}_1^{lk}, \dots, \bar{x}_M^{lk})$ と表す。ただし、 \bar{x}_m^{lk} ($m = 1, \dots, M$) は施設グループ k 、施設 l_k の点検サンプルの m 番目の説明変数に関する期間 $[\tau_A^{lk}, \tau_B^{lk})$ における観測値を表す。また、第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり、恒等的に $x_1^{lk} = 1$ である。施設グループ k に属する施設 l_k の点検サンプルが有する情報を $\xi^{lk} = (\delta^{lk}, \bar{z}^{lk}, \bar{x}^{lk})$ と表す。また、目視点検データ全体を Ξ と表す。

さらに、施設 l_k の点検サンプルの期間 $[\tau_A^{lk}, \tau_B^{lk})$ における劣化過程を個別ハザード率 $\lambda_i^{lk} = \tilde{\lambda}_i^{lk} \varepsilon^k$ ($i = 1, \dots, I-1$) を用いて表現する。健全度 I はマルコフ連鎖の吸収状態であり、 $\pi_{II} = 1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_I^{lk}$ は必然的に $\tilde{\lambda}_I^{lk} = 0$ となる。社会基盤施設の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{lk}$ ($i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K$) は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{lk}$ を特性ベクトル \mathbf{x}^{lk} を用いて、

$$\tilde{\lambda}_i^{lk} = \exp(\mathbf{x}^{lk} \beta_i') \quad (14)$$

と表す。ただし、 $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトル、記号「 $'$ 」は転置操作を表す。また、 $x_1^{lk} = 1$ より、 $\beta_{i,1}$ は定数項を表す。

4. 階層ベイズ推計

(1) 階層ベイズモデル

社会基盤施設の劣化速度を評価するためには当該施設が目視点検データが必要となるが、一般的には、特定の施設に限定した目視点検データは十分に蓄積されていない。このような場合であっても、本研究で提案する混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いれば、同一施設グループ（同じ評価単位）の目視点検データを蓄積することにより、施設の平均的な劣化過程と、着目する施設の劣化特性を分析することが可能となる⁸⁾。特に、本研究で取扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルでは異質性パラメータ ε^k が平均1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布で表される事前分布に従うことを仮定している。さらに、階層ベイズ推計では、異質性パラメータの分散パラメータ ϕ （ハイパーパラメータ）に関しても事前分布を設定する。事前分布を階層化したそれらのモデルは階層ベイズモデルと総称され、主にマーケティング分析などの分野で研究が進められている⁸⁾。本研究でも混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズモデルを用いて推計することとする。

一般的なベイズ推計手法では、パラメータの事前分布と、観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて、パラメータの事後分布を推計する。いま、尤度関

数を $\mathcal{L}(\theta|\Xi)$ と表す。 $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ はパラメータベクトルを表す。ここで、 θ が確率変数で、事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ に従うと仮定する。目視点検データ Ξ が与件であるときに、未知パラメータベクトル θ の同時事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ はベイズの定理より、

$$\pi(\theta|\Xi) \propto \mathcal{L}(\theta|\Xi)\pi(\theta) \quad (15)$$

と禁じできる。さらに、事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ を、

$$\begin{aligned} \pi(\theta) &= \pi(\beta, \phi, \varepsilon) \\ &= \pi(\beta)\pi(\varepsilon|\phi)\pi(\phi) \\ &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \pi(\beta_i)\pi(\varepsilon^k|\phi)\pi(\phi) \end{aligned} \quad (16)$$

と展開する。混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ ε の確率分布とその確率分布のパラメータ ϕ の事前分布が階層構造になっている。階層ベイズ推計では、未知パラメータ $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の事前分布を設定し、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を算出する。階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法（以下、MH 法）を組み合わせて事後分布を算出する階層ベイズ推計が提案されている⁹⁾。

(2) 事後分布の定式化

いま、パラメータ $\theta = (\beta_1, \dots, \beta_{I-1}, \phi, \varepsilon^1, \dots, \varepsilon^K)$ を与件とする。このとき、目視点検データ Ξ が観測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}(\theta|\Xi)$ は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta|\Xi) &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{l_k=1}^{L_k} \{\pi_{ij}(\bar{z}^{lk}, \bar{x}^{lk}|\beta, \phi, \varepsilon^k)\}^{\delta_{ij}^{lk}} \\ &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{lk} \varepsilon^k \bar{z}^{lk}) \right\}^{\delta_{ij}^{lk}} \end{aligned} \quad (17)$$

と表される。ただし、 $\tilde{\lambda}^{lk} = (\tilde{\lambda}_1^{lk}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{lk})$ である。

また、式 (16) の未知パラメータ $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ をそれぞれ以下のように設定する。まず、 β_i の事前確率密度関数 $\pi(\beta_i)$ として多次元正規分布を用いる。すなわち、 $\beta_i \sim \mathcal{N}_M(\mu_i, \Sigma_i)$ である。ただし、 $\mathcal{N}_M(\mu_i, \Sigma_i)$ は期待値ベクトルを μ_i 、分散共分散行列を Σ_i とした M 次元正規分布である。 ε^k の事前確率密度関数 $\pi(\varepsilon^k|\phi)$ はガンマ分布 (5) としてすでに与えられている。さらに、式 (5) のガンマ分布の制御パラメータ ϕ の事前確率密度関数 $\pi(\phi)$ としてガンマ分布 $h(\phi|\alpha_0, \gamma_0)$ を設定する。すなわち、 $\varepsilon^k \sim \mathcal{G}(\phi, 1/\phi)$ 、 $\phi \sim \mathcal{G}(\alpha_0, \gamma_0)$ である。

したがって、同時事後確率密度関数は、

$$\begin{aligned}
& \pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \\
& \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \pi(\beta_i) \pi(\varepsilon^k|\phi) \pi(\phi) \\
& \propto \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k} \varepsilon^k \bar{z}^{l_k}) \right\}^{\delta_{ij}^{l_k}} \\
& \quad \cdot \prod_{i=1}^{I-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \boldsymbol{\mu}_i) \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\beta_i - \boldsymbol{\mu}_i)' \right\} \\
& \quad \cdot \prod_{k=1}^K \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^k) \\
& \quad \cdot \frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)} \phi^{\alpha_0-1} \exp \left(-\frac{\phi}{\gamma_0} \right) \quad (18)
\end{aligned}$$

のように定式化することができる。

(3) 同時事後確率密度関数の推計

未知パラメータを推計するためには式 (18) で表される同時事後確率密度関数を求める必要がある。しかしながら、上述したように、同時事後確率密度関数を解析的に求めることはもとより、同時事後確率密度関数から直接サンプリングすることも困難となっている。そこで本研究では代表的な MCMC 法の 1 つであるギブスサンプリングの考え方に基づき、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて数値計算により式 (18) の同時事後確率密度関数を算出する。なお、ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しても事後分布から直接サンプリングすることは困難であるために、それぞれに対して MH 法を用いる必要がある。

はじめに混合マルコフ劣化ハザードモデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する。未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から β_{e_1} ($e_1 = 1, \dots, I-1$) を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}^{-e_1}$ と表すことにする。また、同様に未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ から ε_{e_2} ($e_2 = 1, \dots, K$) を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}$ と表す。このとき、式 (18) より、 $\boldsymbol{\beta}^{-e_1}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}$ を既知とした時の β_{e_1} の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}, \Xi)$ は、

$$\begin{aligned}
& \pi(\beta_{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}, \Xi) \\
& \propto \prod_{i=1}^{e_1} \prod_{j=e_1}^I \prod_{k=1}^K \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \tilde{\lambda}_{e_1}^{l_k} \delta_{ij}^{l_k} - \delta_{ie_1}^{l_k} \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{1}{\tilde{\lambda}_s^{l_k} - \tilde{\lambda}_m^{l_k}} \right. \\
& \quad \left. \prod_{s=m}^{j-1} \frac{1}{\tilde{\lambda}_{s+1}^{l_k} - \tilde{\lambda}_m^{l_k}} \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k} \varepsilon^k \bar{z}^{l_k}) \right\}^{\delta_{ij}^{l_k}} \\
& \quad \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_{e_1} - \boldsymbol{\mu}_{e_1}) \boldsymbol{\Sigma}_{e_1}^{-1} (\beta_{e_1} - \boldsymbol{\mu}_{e_1})' \right\} \quad (19)
\end{aligned}$$

と表せる。ただし、 $\delta_{ie_1}^{l_k}$ は、点検サンプル k の事前健全度 $\bar{h}(\tau_A^{l_k}) = i$ とサンプリングする際の事前健全度 e_1 が

一致した場合に 1 を、そうでない場合に 0 をとるダミー変数である。また、 $\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}$ を既知とした時の ε_{e_2} の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}, \Xi)$ は、

$$\begin{aligned}
& \pi(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}, \Xi) \propto \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{l_{e_2}=1}^{L_{e_2}} \\
& \quad \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{l_{e_2}}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_{e_2}} \varepsilon_{e_2} \bar{z}^{l_{e_2}}) \right\}^{\delta_{ij}^{l_{e_2}}} \\
& \quad \cdot (\varepsilon_{e_2})^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{e_2}) \quad (20)
\end{aligned}$$

と表せる。さらに、 $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varepsilon}$ を既知とした時の ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\phi|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varepsilon}, \Xi)$ は、

$$\begin{aligned}
& \pi(\phi|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varepsilon}, \Xi) \\
& \propto \prod_{k=1}^K \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^k) \\
& \quad \cdot \frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)} \phi^{\alpha_0-1} \exp \left(-\frac{\phi}{\gamma_0} \right) \quad (21)
\end{aligned}$$

と表すことができる。これらの条件付き確率密度関数を用いて式 (18) の同時事後確率密度関数をギブスサンプリングにより算出する。具体的な手順を以下にまとめる。

ステップ 1 先験的情報を用いて事前分布のパラメータ値 $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \alpha_0, \gamma_0$ を設定する。それらはこれから推計するパラメータの制約条件となる。本研究では無条件事前分布として分散のパラメータ値を大きく設定することとする。また、未知パラメータ $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon})$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\boldsymbol{\beta}^{(0)}, \phi^{(0)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)})$ を設定する。初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく。

ステップ 2-1 サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ を次のように発生させる。

$\beta_1^{(n)}$ を $\pi(\beta_1|\boldsymbol{\beta}^{-1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

$\beta_2^{(n)}$ を $\pi(\beta_2|\boldsymbol{\beta}^{-2(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

...

$\beta_{I-1}^{(n)}$ を $\pi(\beta_{I-1}|\boldsymbol{\beta}^{I-1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 2-2 サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を次のように発生させる。

$\varepsilon_1^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_1|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-1(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

$\varepsilon_2^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_2|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-2(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

...

$\varepsilon_K^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_K|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-K(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 2-3 サンプリング回数 n の未知パラメータ

の要素 $\phi^{(n)}$ を $\pi(\phi|\beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 3 十分大きな \underline{n} に対して $n > \underline{n}$ ならば $\theta^{(n)} = (\beta^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)})$ を記録する。

ステップ 4 $n = \bar{n}$ ならば計算を終了する。 $n < \bar{n}$ ならば $n = n + 1$ とステップ 2 へ戻る。

以上のギブスサンプリングにおいて、推移核を

$$\begin{aligned} & \mathcal{O}(\theta(n-1), \theta(n)|\Xi) \\ &= \prod_{e_1=1}^{I-1} \pi(\beta_{e_1}^{(n)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi) \\ & \cdot \prod_{e_2=1}^K \pi(\varepsilon_{e_2}^{(n)} | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi) \\ & \cdot \pi(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi) \end{aligned} \quad (22)$$

と定義する。このとき、 $\theta(n)$ ($n = 0, 1, \dots$) は推移核 $\mathcal{O}(\theta(n-1), \theta(n)|\Xi)$ を持つマルコフ連鎖である。さらに、このマルコフ連鎖の定常状態を $\pi(\theta|\Xi)$ と表す。十分大きな \underline{n} に対して、このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば、ギブスサンプリングによる $\theta(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ のサンプリングは式 (18) に示した同時事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ からのサンプリングと等しくなる。したがって、ギブスサンプリングによって得られるこれらの標本 $\theta(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ を用いて、パラメータベクトル $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる。ただし、ステップ 2 で利用する条件付き事後確率密度関数 (式 (19), (20), (21)) からは直接にランダムサンプリングすることができない。

(4) 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング

直接サンプリングできない条件付き事後確率密度関数 (式 (19), (20), (21)) からの標本を得るために MH 法を用いる。具体的には $\pi(\beta_{e_1}^{(n)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ からのサンプリングに対してランダムウォーク MH 法⁹⁾ を、 $\pi(\varepsilon_{e_2}^{(n)} | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi)$ と $\pi(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi)$ からのサンプリングに対しては独立 MH 法⁹⁾ を、それぞれ適用する。

(5) 事後分布に関する統計量

MCMC 法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ は解析的な関数として表現できない。得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる。いま、MCMC 法により得られた標本を $\theta^{(n)} = (\beta^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}) = (\theta_1^{(n)}, \theta_2^{(n)}, \dots, \theta_{K_\theta}^{(n)})$ ($n = 1, \dots, \bar{n}$) と表すこととする。なお、 $K_\theta = M(I-1) + K + 1$ である。このうち、最初の \underline{n} 個を事後分布への収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添

字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する。このとき、パラメータ θ の同時確率分布関数 $G(\theta)$ は

$$G(\theta) = \frac{\#\{\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (23)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ θ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\zeta}(\theta)$ 、分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}(\theta)$ は、それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(\theta) &= (\tilde{\zeta}(\theta_1), \dots, \tilde{\zeta}(\theta_{K_\theta}))' \\ &= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_{K_\theta}^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\tilde{\Sigma}(\theta) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\theta_1) & \dots & \tilde{\sigma}(\theta_1 \theta_{K_\theta}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\theta_{K_\theta} \theta_1) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\theta_{K_\theta}) \end{pmatrix} \quad (24b)$$

と表される。ただし、

$$\tilde{\sigma}^2(\theta_{k_\theta}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\sigma}(\theta_{k_\theta} \theta_{l_\theta}) \\ &= \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\} \{\theta_{l_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{l_\theta})\}}{\bar{n} - \underline{n}} \end{aligned} \quad (25b)$$

である。また、ギブスサンプリングによる標本を用いて、パラメータ θ の信用区間を定義できる。100(1-2 κ)%信用区間は、標本順序統計量 $(\underline{\theta}_{k_\theta}^\kappa, \bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa)$ ($k_\theta = 1, \dots, K_\theta$)

$$\begin{aligned} \underline{\theta}_{k_\theta}^\kappa &= \arg \max_{\theta_{k_\theta}^*} \\ & \left\{ \frac{\#\{\theta_{k_\theta}^{(n)} \leq \theta_{k_\theta}^*, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \end{aligned} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa &= \arg \min_{\theta_{k_\theta}^{**}} \\ & \left\{ \frac{\#\{\theta_{k_\theta}^{(n)} \geq \theta_{k_\theta}^{**}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \end{aligned} \quad (26b)$$

を用いて $\underline{\theta}_{k_\theta}^\kappa < \theta_{k_\theta} < \bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa$ と定義できる。

MCMC 法では、初期パラメータ値 $\theta^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない。ギブスサンプリングで発生させた \bar{n} 個のサンプルのうち、最初の \underline{n} 個の標本 $\theta^{(n)}$ ($n = 1, \dots, \underline{n}$) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える。その上で、第 $\underline{n} + 1$ 回以降の標本をとりあげる。 $\underline{n} + 1$ 以降の標本が、不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法¹⁰⁾ を用いて仮説検定を試みる。

5. 適用事例

(1) データ概要

ダムコンクリート施設を対象として分析を行う。専門業者点検とインハウス点検による目視点検データを

表-1 設備の分類及び設備数

	設備種別	設備数
1	堤体	153
2	洪水吐	304
3	取水口	297
4	水槽	219
5	水圧鉄管	115
6	放水路・放水管	337
7	取水ダム	417
8	橋・支承部	531
9	その他	2,824
合計		5,197

表-2 健全度別のサンプル数

		事前健全度			
		1	2	3	4
事後健全度	1	9,487	622	43	14
	2	-	13,063	192	27
	3	-	-	1,270	36
	4	-	-	-	291

用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルに適用する。点検項目数は5,197あり、9種類の設備に分類されている。表-1に設備別の点検項目数を示す。各点検項目で専門業者点検による健全度判定とインハウス点検による健全度判定が記録されている。専門業者点検は2006年から2019年の間に2~3回実施され、インハウス点検は2009年から2019年の間、原則毎年実施されている。これらのデータから健全度ペアサンプルを作成したところ、サンプル数は25,045となった。サンプルの平均点検間隔は2.24年であった。表-2には、健全度別のサンプル数を示す。

専門業者点検の健全度判定では、まず健全度点数を算出し、点数に応じて健全度S~Dに分類される。健全度点数は、設備の重要度 w_i と損傷の進行度 l_i を用いて算出される。評価項目数が n 個の設備の健全度点数は、

$$(\text{健全度点数}) = \sum_{i=1}^{n_k} w_i \times l_i \quad (27)$$

と表される。インハウス点検では、表-3に示す健全度基準によって判定されている。なお、本研究においては健全度Dのデータが不足しているため、5段階の健全度基準のうち健全度Cと健全度Dを統合し、4段階評価とする。また、説明変数は定数項のみとした。

(2) 異質性の比較による教育効果検証

健全度4の状態を除く3段階の健全度に対して混合マルコフ劣化ハザードモデルが定義される。階層ベイズ法を用いて混合マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ β , ϕ の事後分布を推計した。表-4には、未知パラ

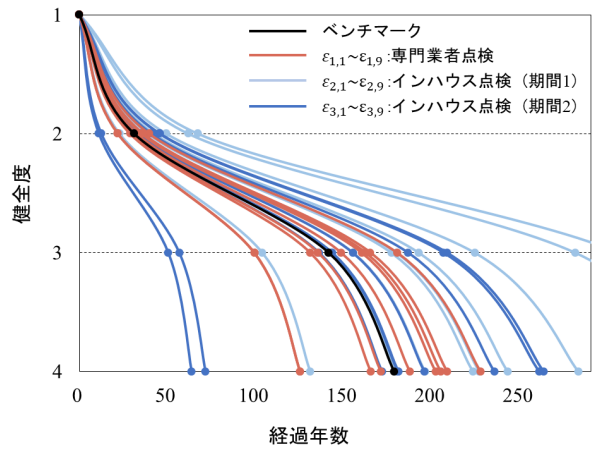


図-2 専門業者点検とインハウス点検の期待劣化パス

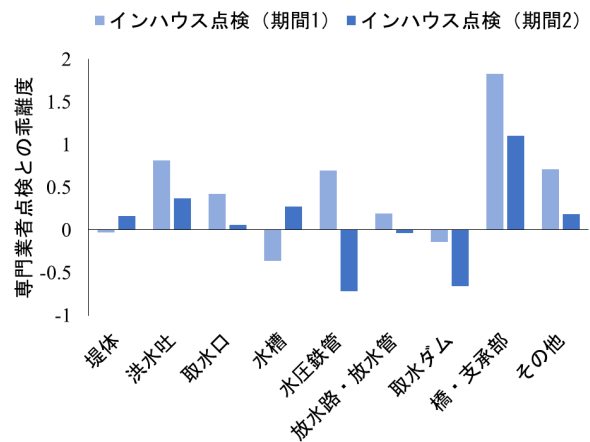


図-3 専門業者点検とインハウス点検の期待寿命の乖離度

メータ $\hat{\beta}$, $\hat{\phi}$ の事後分布の期待値と上下限5%, Geweke検定統計量を示す。

2.2で述べたインハウス点検の点検精度と教育効果を検証するため、表-5に示すように専門点検業者、期間1のインハウス点検、期間2のインハウス点検について、それぞれ設備別に異質性パラメータを設定した。専門業者点検の9種類の設備に対して $\varepsilon_{1,1} \sim \varepsilon_{1,9}$ 、期間1のインハウス点検の9種類の設備に対して $\varepsilon_{2,1} \sim \varepsilon_{2,9}$ 、期間2のインハウス点検の9種類の設備に対して $\varepsilon_{3,1} \sim \varepsilon_{3,9}$ と割り当て、合計で27個の異質性パラメータを設定した。次に、すべての異質性パラメータを用いて算出した期待劣化パスを図-2に示す。ベンチマークの期待寿命は178年であった。期間1のインハウス点検では専門業者点検と比較すると期待寿命が比較的長い設備が多いが、期間2のインハウス点検では多くの設備で期待寿命が大幅に短くなっている。図-3は、期間1・期間2のインハウス点検の各設備の期待寿命について、専門業者点検の期待寿命との乖離度を示している。乖離度は、インハウス点検と専門業者点検の期待寿命

表-3 インハウス点検の判定基準

健全度	判定	状態
1	S	損傷・変状がない
2	A	軽微な損傷・変状がある
3	B	損傷・変状が著しく、性能低下が見られる
4	C	損傷・変状が著しく、性能限界となっている
	D	損傷・変状が極めて著しく、要求性能を満たしていない

表-4 パラメータの推計結果

事後分布 統計量	健全度	定数項 β
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	1	-3.437 (-3.724, -3.110)
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量		-4.704 (-5.011, -4.382)
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	3	-3.615 (-3.968, -3.274)
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量		ϕ
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量		1.536 (0.768, 2.583)
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量		0.609

表-5 異質性パラメータの数

ε	点検種別	パラメータ数
$\varepsilon_{1,1} \sim \varepsilon_{1,9}$	専門業者点検	9
$\varepsilon_{2,1} \sim \varepsilon_{2,9}$	インハウス点検 (期間 1)	9
$\varepsilon_{3,1} \sim \varepsilon_{3,9}$	インハウス点検 (期間 2)	9
	合計	27

の差を専門業者点検の期待寿命で基準化したものである。全体的な傾向として、期間 1 と比較して期間 2 は専門業者点検の期待寿命との乖離度が低減している。堤体、放水路・放水口については、期間 1・期間 2 ともに専門業者点検の期待寿命と近く、精度よく点検が行われているといえる。また、洪水吐、取水口については、期間 1 から期間 2 にかけて専門業者点検の期待寿命に近づいている。これらの設備については、専門業者点検による教育効果によって点検精度が向上したと考えることができる。一方で、水槽、水圧鉄管については、期間 1、期間 2 の期待寿命の差が大きく、ともに専門業者点検の期待寿命と乖離している。また、取水ダムについては、期間 1 よりも期間 2 のほうが期待寿命の乖離度が大きくなっている。これらの設備については、健全度判定が安定していないと考えられる。また、橋・支承部については、期間 1 から期間 2 にかけて乖離度が低減しているが、他の設備と比較して期待寿命の乖離

度が大きく、点検精度が低い。特に健全度判定が難しい設備であると考えられるため、今後の点検技術者の育成において重点的な対策が求められる。

6. おわりに

本研究では、ダムコンクリート施設を対象とし、専門業者点検とインハウス点検の二者間比較によって、インハウス点検の点検精度と教育効果を検証した。具体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルを適用し、専門業者点検の前後のインハウス点検について異質性パラメータを設定し、期待寿命の比較を行った。設備別に期待寿命を比較することによって、点検精度の差異を検証した。また、専門業者点検の前後に実施されたインハウス点検の期待寿命を比較することによって、設備別の教育効果を検証した。

参考文献

- 国土交通省：新技術の活用と維持管理・更新の担い手の育成 (<https://www.mlit.go.jp/hakusyo/mlit/h25/hakusho/h26/html/n1233000.html>, 最終閲覧日:2020年10月19日)
- 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol. 68, No. 4, pp. 255-271, 2012.
- 貝戸清之, 福田泰樹, 起塚亮輔, 橋爪謙治, 出口宗浩, 横山和昭: 遊離石灰法に基づく RC 床版の劣化予測および補修優先順位の決定法, 土木学会論文集 F4, Vol68, No.3, pp.123-140, 2012.
- 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司: 階層ベイズ法による補修効果の事後評価, 土木学会論文集 F4, Vol.69, No.3, 204-221, 2013.
- 森本英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連, 1979
- 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 阿部誠, 近藤文代: マーケティングの科学-POS データの解析-, 朝倉書店, 2005.
- 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア-計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.
- 小西貞則, 北川源四郎: 予測と発見の科学 情報量基準, 朝倉書店, 2006.